



Conception d'une installation pilote de fusion en creuset froid

Isabelle Leclercq

► To cite this version:

Isabelle Leclercq. Conception d'une installation pilote de fusion en creuset froid. Electromagnétisme. INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, 1989. Français. NNT: . tel-01340749

HAL Id: tel-01340749

<https://hal.science/tel-01340749>

Submitted on 1 Jul 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée par

Isabelle LECLERCQ

pour obtenir le titre de

DOCTEUR

de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

(Arrêté ministériel du 5 juillet 1984)

Spécialité : Energétique Physique

CONCEPTION D'UNE INSTALLATION PILOTE DE FUSION EN CREUSET FROID

Date de soutenance : 9 janvier 1989

Composition du jury :

M. Claude GAUBERT

Président

M. Jean-Pierre RIQUET

M. Jean-Pierre SENATEUR

Rapporteurs

M. Antoine BASTIN

M. Marcel GARNIER

Examineurs

Thèse préparée au sein du Laboratoire MADYLAM

Les recherches présentées dans ce mémoire ont été effectuées dans le cadre d'une convention CIFRE avec le Centre de Recherche de Voreppe, filiale du Groupe PECHINEY.

INTRODUCTION

En métallurgie, nombre d'opérations permettant de passer des éléments de base au produit fini, de caractéristiques prédéfinies, nécessitent le passage par une phase de fusion. L'état liquide permet notamment l'élaboration d'alliages homogènes par mélange intime des constituants, la purification des matériaux par réaction chimique, précipitation puis décantation des éléments indésirables, ou encore la mise en forme lorsque les transformations mécaniques à l'état solide sont impossibles : soit parce que les géométries à atteindre sont trop complexes, soit parce que la transformation altère de façon inacceptable les propriétés du matériau. De plus, le contrôle de l'état thermoconvectif du liquide en cours de solidification permet d'accéder à la maîtrise des propriétés mécaniques du matériau élaboré par l'élimination des ségrégations et le contrôle de la structure métallurgique.

A l'état liquide cependant, les matériaux sont très sensibles à leur environnement, notamment au contact avec les parois destinées à les contenir ou à les mettre en forme. Ceci est particulièrement le cas avec les matériaux très réactifs, très avides d'oxygène notamment, les matériaux qui requièrent un très haut degré de pureté, ou encore les matériaux à très haut point de fusion. L'élaboration de ces matériaux a conduit à la mise au point de techniques spécifiques bien adaptées.

L'utilisation de creusets refroidis par une circulation d'eau est actuellement la solution la plus généralement exploitée pour éviter un grand nombre de problèmes. Cette technique est connue sous le nom d'auto-creuset (skull-melting), puisque le matériau liquide se solidifie au contact de la paroi refroidie. Elle permet la fusion de matériaux à haute température, le gradient thermique nécessaire pour passer du liquide à la paroi froide s'établissant dans la couche de matériau solidifié. Celle-ci élimine tout risque d'érosion du creuset, nuisible aussi bien pour la durée de vie du creuset que pour la qualité du matériau élaboré. En outre, la température basse réduisant l'activité chimique, ces parois supportent le contact avec les matériaux très réactifs.

Cette technique est généralement associée à des méthodes de chauffage non polluantes, comme l'arc électrique (procédé de refusion à électrode consommable de type VAR ou de refusion sous laitier électroconducteur de type ESR [1]), le plasma inductif [2] [3], ou encore le faisceau d'électrons [4]. L'induction, mode de chauffage également non polluant, trouve une place parfaitement justifiée par les avantages supplémentaires qu'elle présente vis-à-vis des techniques précédentes : grande souplesse d'utilisation, facilité d'automatisation, modes d'alimentation variés, action mécanique sur le liquide (brassage), chauffage sans contact parfaitement localisé.

L'induction peut être associée à un creuset métallique refroidi qui doit cependant être sectorisé pour ne pas constituer un écran au champ magnétique et permettre le développement des courants induits dans la charge à fondre [5] [7].

Les principales applications du creuset froid sont le tirage de monocristaux de silicium [8] [9] [10] [11], la fusion et l'élaboration d'oxydes ou de matériaux réfractaires [12] [13] [14] [15] et le retraitement de déchets radioactifs par vitrification. Dans ce dernier exemple, un laitier (fluorine) est placé entre le

creuset et le matériau fondu. Cette technique est connue sous le nom d'"Inductoslag" [18] [19]. Elle a donné lieu à de nombreuses tentatives d'applications pour les matériaux réactifs, le titane par exemple, qui n'ont pu conduire à des résultats satisfaisants à cause de la pollution du métal par le laitier.

Les études expérimentales nombreuses ont été accompagnées de modélisations des phénomènes thermiques et hydrodynamiques dans la charge [20] [21] [22]. La difficulté principale réside dans la modélisation électrique et électromagnétique d'une telle installation de fusion. La complexité provient du caractère tridimensionnel de la géométrie qui a été pendant longtemps le verrou interdisant la prise en compte du couplage entre les phénomènes électromagnétiques, hydrodynamiques, thermiques et métallurgiques.

Un premier modèle, basé sur la théorie du transformateur [20] permet de déterminer les caractéristiques électriques en termes de résistances, d'inductances ou de rendement des installations et d'étudier l'influence sur ces quantités globales des divers paramètres. Cependant, il ne donne aucune information sur la distribution ou la valeur locale des courants induits ou du champ magnétique. Ce dernier peut être obtenu par l'utilisation croisée de modèles bidimensionnels dans des plans perpendiculaires, et ouvre des possibilités intéressantes d'accès au champ de vitesse et à la géométrie de la surface libre [3] [23] [24].

Seuls deux modèles prennent en compte de façon précise le caractère tridimensionnel du creuset froid sectorisé. L'un d'eux a été conçu par une équipe de l'Ecole Centrale de Lyon [25], l'autre, baptisé SOCRATE, par le laboratoire MADYLAM [26]. Ces deux logiciels ne prennent en compte que les configurations à fréquence élevée et ne modélisent pas l'inducteur, considéré comme constitué de spires filiformes.

Le logiciel SOCRATE est ici étendu à toutes les gammes de fréquences, avec prise en compte de la géométrie réelle de l'inducteur. En outre, la présence de matériaux magnétiques, avant saturation, est également prise en compte.

La forme de la surface libre du métal fondu en creuset froid a une très grande importance sur les propriétés du matériau élaboré. Un modèle de détermination de la géométrie d'équilibre d'une charge liquide en lévitation [26] a également été adapté pour prédire la forme de dôme que prend la surface libre lors de l'élaboration de lingots par tirage continu en creuset froid. Cette méthode, basée sur un principe de minimisation d'énergie est comparée à une méthode plus simple basée sur l'écriture du saut des contraintes à la traversée de la surface libre.

Ces logiciels ont permis le dimensionnement d'une installation expérimentale à l'échelle prototype industriel qui a été exploitée pour l'élaboration de lingots d'aluminium à partir de matériaux divisés ou de barreaux massifs, ou pour la fusion statique de super-alliages base nickel.

L'exploitation combinée de la simulation numérique et de l'installation expérimentale a permis de préciser l'influence des paramètres les plus sensibles sur le rendement de l'installation ou la qualité du produit élaboré.

Je remercie tout d'abord tous les membres de MADYLAM pour l'ambiance amicale, chaleureuse et non dépourvue d'humour, dans laquelle j'ai été baignée dès mon arrivée au laboratoire.

Je remercie également Marcel GARNIER pour son enthousiasme communicatif et son aide au cours des 3 années (4 en comptant mon DEA) passées.

J'exprime ma gratitude à Jean Pierre RIQUET, Serge BERCOVICI et Jean Luc MEYER, qui ont suivi l'avancement de mon étude, et m'ont fait prendre contact avec les contraintes industrielles.

Merci enfin à Claude GAUBERT, Jean Pierre SENATEUR et Antoine BASTIN, d'avoir accepté avec enthousiasme d'être respectivement président et membres du jury.

Au laboratoire, je dois souligner l'aide précieuse que m'ont apporté Annie GAGNOUD et Roland ERNST pour la partie modélisation, et la diligence et la bonne humeur avec lesquelles Robert BOLCATO, Denis BON et Christian GARNIER ont résolu mes problèmes techniques. Merci également à Mr. BRAULT pour ses nombreux conseils (notamment pour tout ce qui concerne la vidéo).

Enfin, je n'oublie pas Laure et Marion BACCINO, qui font partie intégrante de cette thèse, aussi bien que les chapitres I et II.

SOMMAIRE

INTRODUCTION	1
CHAPITRE I : MODELISATION	3
A / MODELE ELECTROMAGNETIQUE	3
Introduction	3
I/ Description d'une installation de chauffage par induction	5
II/ Modèle	8
II-1/ Principe	8
II-2/ Equations de base	13
II-2.1/ Calcul du potentiel-vecteur	13
II-2.2/ Intégration	15
II-2.3/ Calcul du gradient de potentiel-scalaire	17
II-3/ Culasses magnétiques	18
II-4/ Induits magnétiques	18
II-5/ Sytème final	19
II-6/ Résolution	20
"Etude du comportement d'un circuit magnétique dans un système de chauffage par induction"	23
B / DETERMINATION DE LA SURFACE LIBRE	31
Introduction	31
I/ Minimisation de l'énergie	32
II/ Equilibre des pressions	32
"Free boundary problems in electromagnetic levitation melting and continuous casting"	35
CHAPITRE II : EXPLOITATION DU LOGICIEL	39
I/ Dimensionnement de l'installation pilote $\phi 100$	39

Introduction	39
I-1/ Détermination des valeurs de résistance et d'inductance parasites	40
I-1.1/ Part des condensateurs	41
I-1.2/ Part des amenées de courant	41
I-2/ Choix des inducteurs en basse fréquence	43
I-3/ Choix des inducteurs en moyenne fréquence	47
I-4/ Optimisation du creuset	51
I-4.1/ Résistivité	51
I-4.2/ Nombre et largeur des fentes	52
II/ Etude de l'influence de divers paramètres sur le rendement	55
Introduction	55
II-1/ Influence de la fréquence	57
II-2/ Influence du rayon du creuset	57
II-3/ Influence de la hauteur du lingot	57
II-4/ Influence de la présence et de la hauteur du creuset	59
II-5/ Influence de la hauteur et de la géométrie de l'inducteur	59
II-6/ Influence de la position de l'inducteur	63
II-7/ Influence de la position sole-lingot	63
Conclusion	64

CHAPITRE III : RESULTATS EXPERIMENTAUX 67

Introduction	67
I/ Description des dispositifs expérimentaux	67
I-1/ Installation $\phi 100$	67
I-1.1/ Dispositif expérimental	67
I-1.2/ Modes de fonctionnement	69
I-2/ Installations $\phi 60$	71
II/ Fusion d'aluminium	71
II-1/ Intérêt	71
II-2/ Fusion avec copeaux	73
II-3/ Refusion de lingots	73
II-4/ Essais en $\phi 60$	75
II-5/ Essais en $\phi 100$	77
II-6/ Forme du dôme	81
II-7/ Strictions	85
II-8/ Résultats métallurgiques	93

II-8.1/ Macrographies	93
II-8.2/ Porosités	97
II-8.3/ Micrographies	98
Conclusion	98
III/ Fusion de super-alliage base nickel	100
Introduction	100
III-1/ Configuration expérimentale	100
III-2/ Surchauffe	103
III-3/ Analyse des lingots	104
Conclusion	111
 CONCLUSION	 113
 Annexe 1 : Méthode du décrément logarithmique	 117
Annexe 2 : Géométries des configurations de l'étude du paragraphe II du chapitre II	117
Annexe 3 : Plan d'un creuset froid	127
Annexe 4 : Données concernant l'aluminium	129

CHAPITRE I

MODELISATION

A

MODELISATION

ELECTROMAGNETIQUE

Introduction

La méthode des éléments finis est particulièrement bien adaptée à la modélisation électromagnétique des configurations mettant en jeu des courants continus ou à basse fréquence, notamment les moteurs et les alternateurs. Les phénomènes transitoires ou non-linéaires, tels que la saturation des matériaux magnétiques, peuvent être pris en compte dans des configurations bi- ou tri-dimensionnelles. Les densités de courant induit sont nécessaires pour tout calcul de thermique mais ne peuvent être obtenues par la formulation classique, en raison de l'impossibilité de prendre en compte des discontinuités de conductivité électrique. Il convient de bien choisir la formulation pour que leur détermination soit possible [27-28-29-30].

Cette méthode, très utilisée, a des limites imposées par les capacités de calcul des ordinateurs qui ne permettent pas la modélisation de géométries complexes ou les maillages très fins en 3 dimensions, ce qui serait nécessaire pour les configurations comportant un creuset froid.

La méthode des intégrales de frontière [31-32] est nettement mieux adaptée à ces configurations, notamment à haute fréquence où elle s'applique parfaitement [25]. Pour les moyennes et surtout les basses fréquences, elle gagne à être couplée avec la méthode des éléments finis [33-34-35].

La méthode présentée ici a une formulation proche de celle des intégrales de frontière pour les éléments en fine épaisseur de peau. Elle est basée sur une approche plus physique des phénomènes : les trajectoires des courants sont imposées, sous la forme des circuits. Bien que localement les hypothèses faites ne soient pas vérifiées de façon certaine (dans les angles des secteurs du creuset en particulier), les résultats globaux, confirmés par l'expérience, justifient le choix de ce modèle.

Le logiciel que nous avons mis au point est adapté aussi bien aux basses fréquences qu'aux fréquences élevées, pour lesquelles il est particulièrement performant, comme la méthode des intégrales de frontière. Il présente cependant, par rapport à cette méthode, un intérêt qui le distingue également des modèles plus classiques pour les configurations ne comportant pas de creuset froid, grâce à deux atouts originaux :

- il prend en compte l'effet des courants induits dans l'inducteur, c'est-à-dire que les densités de courant sont considérées comme des inconnues. Dans de nombreuses modélisations, la répartition des courants est imposée a priori, généralement uniforme. Ceci peut être complètement faux dans certaines gammes de fréquence ou pour certaines géométries [36].

- il permet de calculer l'impédance équivalente du système, élément rarement fourni par les logiciels [27]. Cette donnée est capitale pour tous les problèmes d'adaptation au générateur dans les installations de chauffage par induction.

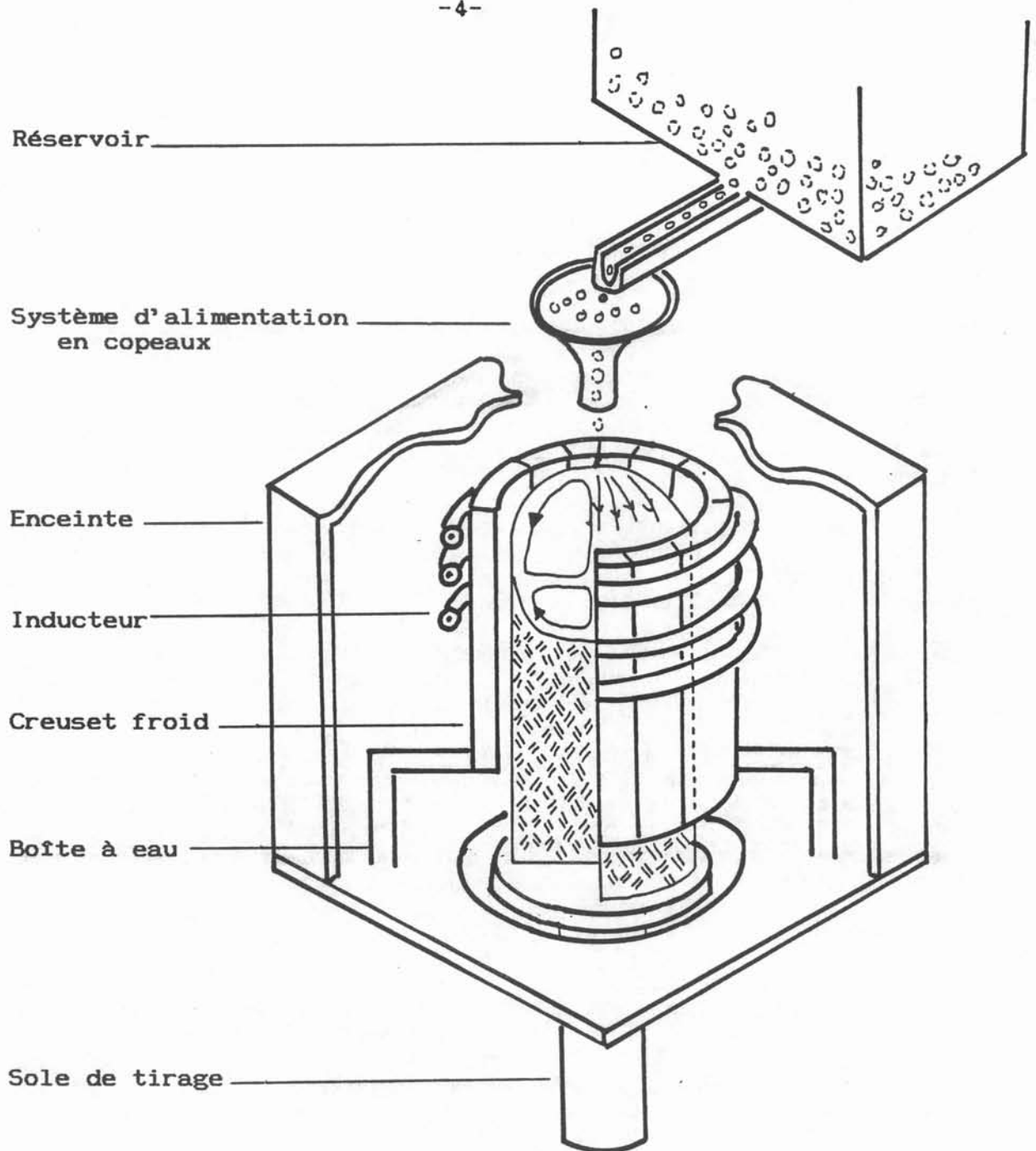


Figure 1 : Vue d'ensemble d'une installation de fusion en creuset froid

Ce logiciel présente donc un grand intérêt pour le dimensionnement et l'optimisation des installations axisymétriques de chauffage par induction comportant éventuellement un creuset froid. Les matériaux magnétiques isotropes peuvent également être pris en compte, en négligeant les phénomènes de saturation.

I/ Description d'une installation de chauffage par induction

Une installation de chauffage par induction est constituée, au minimum, de deux éléments :

- **l'inducteur solénoïdal**, parcouru par un courant alternatif sinusoïdal de fréquence comprise entre quelques hertz (50 Hz pour beaucoup de configurations industrielles) et plusieurs centaines de kHz (fusion de verres ou de céramiques), voire 1 MHz (plasmas inductifs).

- **la charge** à chauffer, conductrice de l'électricité à la fréquence de travail et axisymétrique dans le cas que nous examinons. Elle est le plus souvent métallique, cependant un couplage est possible pour certains matériaux non conducteurs de l'électricité à température ambiante (verres, réfractaires...). Si la résistivité de la charge décroît suffisamment avec la température pour atteindre quelques Ohms.cm, un couplage électromagnétique est possible à l'état liquide. L'induction permet de garder ces corps à une température élevée, ou de faire de l'élaboration, une fois la fusion amorcée par un procédé annexe.

Par ailleurs, à ces éléments indispensables s'ajoutent souvent :

- **un creuset**, lorsqu'il s'agit de fusion sauf dans le cas de la fusion "en spire directe" c'est-à-dire directement dans l'inducteur, avec formation d'un auto-creuset. Ce creuset peut être de trois types :

- * un creuset "chaud" en réfractaire qui sert uniquement de conteneur et n'a aucun rôle électromagnétique.

- * un creuset "chaud" conducteur (platine, tungstène, graphite), chauffé par induction et qui, à son tour, chauffe par conduction la pièce qu'il contient.

- * un creuset "froid" métallique (généralement du cuivre), refroidi par une circulation interne d'eau et sectorisé de façon à ne pas écranter le champ magnétique. Des courants sont induits sur sa paroi extérieure, en présence de courant alternatif sinusoïdal dans l'inducteur, et ne peuvent se refermer que sur sa paroi interne à cause de la sectorisation. Ils peuvent alors, à leur tour, induire des courants dans une charge conductrice placée à l'intérieur du creuset. A cause de la sectorisation, ce type de creuset n'est pas axisymétrique et nécessite un traitement particulier dans le logiciel [26].

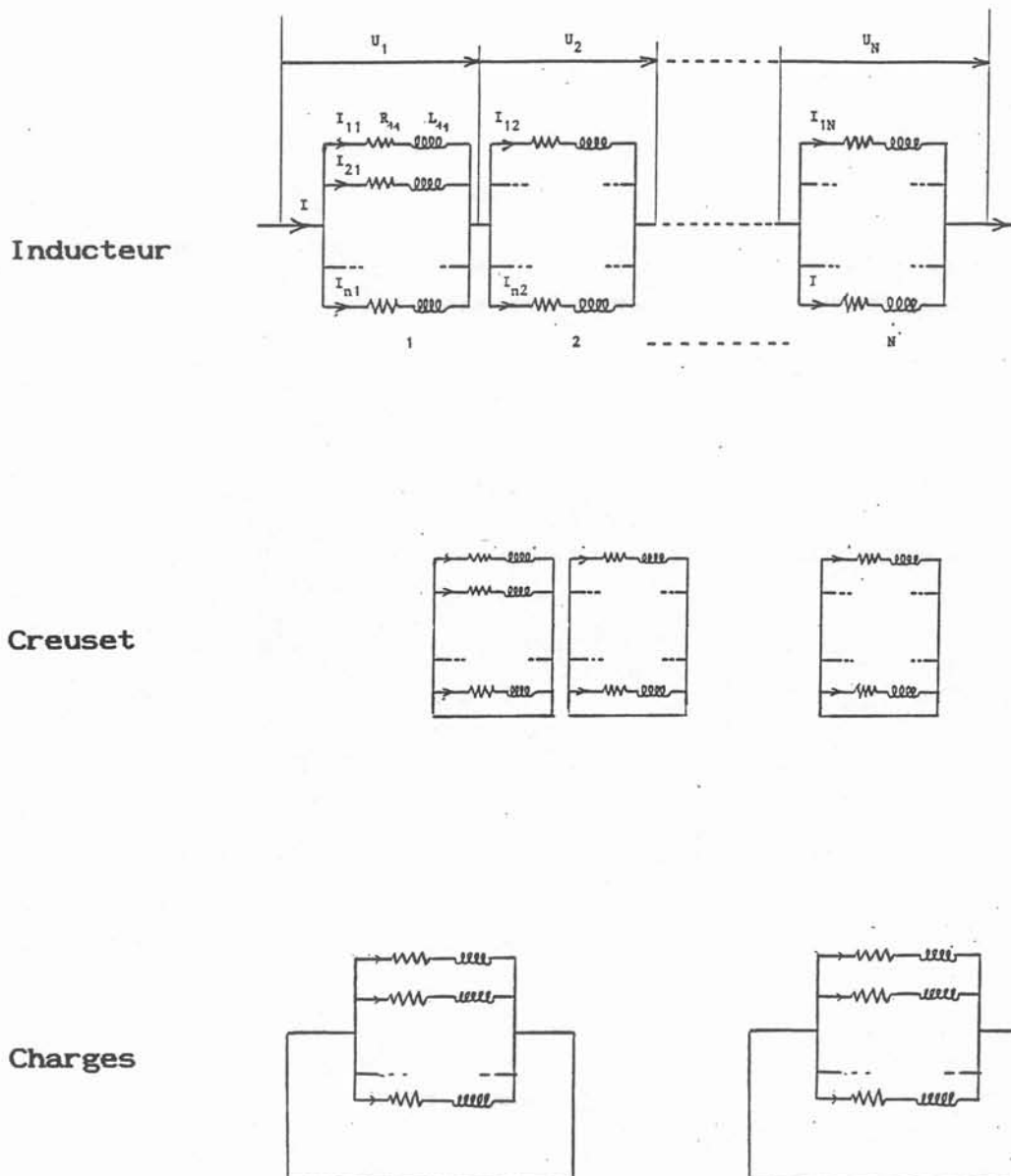


Figure 2 : Schéma électrique équivalent

- * inducteur constitué de N spires en série, chacune formée de microspires en parallèle, représentant les mailles
- * creuset formé de 16 secteurs, chacun étant un secondaire en court_circuit
- * charges en court-circuit

- tous les éléments "annexes" nécessaires au fonctionnement de l'installation (figure 1), par exemple :

- * "boîte à eau" du creuset (collecteur du fluide de refroidissement)
- * sole de tirage
- * lingotière
- * enceinte de confinement
- * culasses et tôles magnétiques, utilisées pour canaliser ou écranter localement le champ magnétique, ...

Enfin, cet ensemble est relié, par l'intermédiaire de l'inducteur, à un coffret de capacités pour former un circuit oscillant alimenté par le générateur.

La fréquence de fonctionnement est égale, pour les générateurs apériodiques, à la fréquence de résonance f_r :

$$f_r = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{4}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

L et R étant respectivement la résistance et l'inductance totales ramenées au primaire de l'installation, et C la valeur de la capacité du coffret.

Dans la plupart des configurations, le deuxième terme est négligeable (les ordres de grandeur sont 10 Ω pour R, 10 μ H pour L et 10 μ F pour C). L'expression de f_r se simplifie alors pour devenir :

$$f_r \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Pour les onduleurs, la fréquence de fonctionnement est légèrement supérieure, d'environ 200 Hz, à la fréquence de résonance.

A la résonance, l'impédance vue du générateur, qui vaut :

$$Z = \frac{R + jL\omega}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

se réduit , dans la majorité des cas ($R \ll L\omega$), à une résistance pure R, qui vaut :

$$R = \frac{L}{RC}$$

L'ensemble inducteur-creuset-coffret forme un circuit RLC parallèle, dont le schéma électrique équivalent est présenté dans la figure 2, les charges et le creuset représentant les secondaires d'un transformateur dont le primaire est l'inducteur.

II/ Modèle

II-1/ Principe

Le principe du modèle est l'écriture d'équations locales sur les mailles de discrétisation des éléments et leur combinaison pour obtenir un système d'équations linéaires. Seules les parts électriquement actives sont prises en compte.

Le maillage est surfacique ou volumique suivant le rapport entre la profondeur de pénétration du champ magnétique dans un élément et l'épaisseur de ce dernier.

La profondeur de pénétration ou épaisseur de peau δ , représente, en première approximation, la profondeur jusqu'à laquelle le champ magnétique diffuse. Sa définition mathématique est la distance suivant la normale à la surface (figure 3) telle que le champ magnétique à l'intérieur d'un matériau plan infini s'exprime en fonction de sa valeur à la surface B_0 par :

$$B(x) = B_0 e^{-(1+i)x/\delta}$$

et elle vaut :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu \sigma \omega}}$$

où μ représente la perméabilité magnétique du matériau, σ sa conductivité, et ω la pulsation de l'induction magnétique.

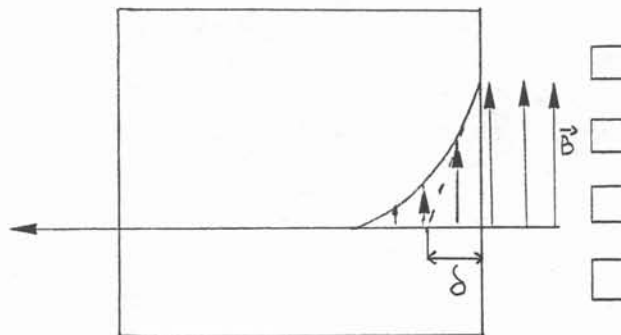


Figure 3 - Décroissance exponentielle du champ magnétique

Le rapport entre l'épaisseur de peau et l'épaisseur de l'élément est caractérisé par le nombre adimensionnel $R\omega$, appelé paramètre d'écran :

$$R\omega = \mu \sigma \omega R^2 = 2 \frac{R^2}{\delta^2}$$

Lorsque $R\omega$ est très inférieur à 1 (épaisseur de peau faible devant l'épaisseur de la charge E_p , cas de "fine peau"), on montre que la densité de courant à la distance x suivant la normale ne dépend que de cette distance et de la densité de courant J_0 à la surface, et s'écrit :

$$J = J_0 e^{-(1+i)x/\delta}$$

Il suffit donc de connaître la densité de courant à la surface pour la connaître en tout point et le maillage est uniquement surfacique. Les mailles sont :

* pour l'inducteur et les charges, des anneaux infiniment fins, dont la section dans un plan méridien est un segment sur la hauteur duquel la densité de courant est supposée constante (figure 4)

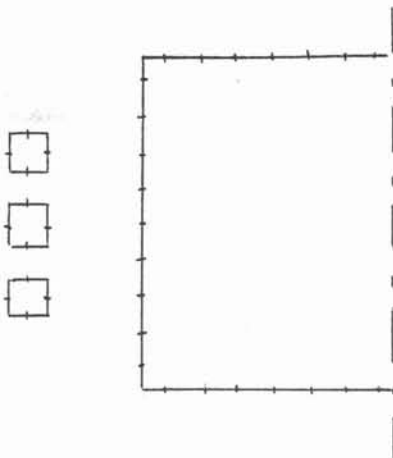
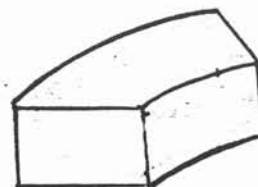


Figure 4 - Maillage "fine peau"

* pour le creuset, des trapézoïdes, pour lesquels sont définies cinq densités de courant (figure 5)

Figure 5 - Maille du creuset en "fine peau"



Lorsque $R\omega$ est de l'ordre de 1 ou plus petit (épaisseur de peau et épaisseur du matériau du même ordre de grandeur, cas de "grande peau"), la loi simple de décroissance exponentielle n'est plus valable, et une discrétisation volumique est nécessaire.

Pour les éléments axisymétriques, chaque maille est une couronne de section parallépipédique, annulaire ou triangulaire (triangle rectangle), dans laquelle la densité de courant est supposée constante (figure 6) :

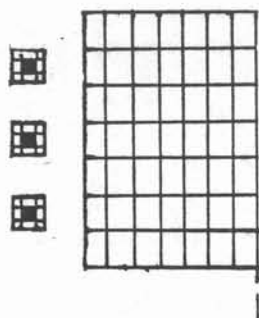


Figure 6 - Maille en "grande peau"

Pour le creuset, la maille est inchangée, mais elle n'est plus infiniment fine (c'est-à-dire surfacique). La densité de courant est supposée constante dans tout le volume défini par l'épaisseur de métal des parois et non plus uniquement sur la surface (figure 7) :

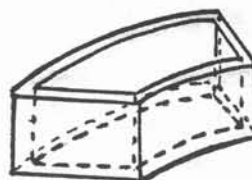


Figure 7 - Maille du creuset en "grande peau"

Les corps à modéliser sont divisés en cinq classes, suivant leur rôle et leurs propriétés électriques :

- **l'inducteur**. Il est unique (en particulier il ne peut être formé d'éléments en parallèle) et se compose de spires dont la section peut être différente, bien que chacune d'elles soit découpée en un nombre identique de mailles. Le courant total se conserve d'une spire à l'autre, mais les densités de courant, considérées comme inconnues pour chaque tour, varient entre 2 spires. L'hélicité est négligée, pour conserver la condition d'axisymétrie. L'inducteur étant le plus souvent composé de spires jointives dont le diamètre est faible devant celui de l'inducteur, cette hypothèse est justifiée dans la plupart des cas.

La différence de potentiel aux bornes de chaque maille est supposée identique pour toutes les mailles d'une même spire. La tension totale, donnée, aux bornes de l'inducteur est égale à la somme des différences de potentiel.

Les inconnues sont les densités de courant dans les mailles et les différences de potentiel aux bornes des spires.

- les charges axisymétriques. Chacune est représentée par un ensemble de mailles en court-circuit. Les inconnues sont les densités de courant qui sont, comme pour l'inducteur, surfaciques ou volumiques, suivant la valeur du paramètre d'écran $R\omega$.

- le creuset. Il doit être unique en l'état actuel du logiciel, mais l'extension de ce dernier à plusieurs éléments non axisymétriques ne pose aucun problème de fond.

Le découpage, prévu a priori pour une modélisation en "fine peau" exclusivement, peut s'adapter dans certains cas à la condition "grande peau".

Les parois interne et externe de chaque secteur sont découpées en Ncr arcs de spires de hauteur finie, les parois latérales en Ncr segments horizontaux, et chaque arête du secteur en $Ncr-1$ segments (figure 8).

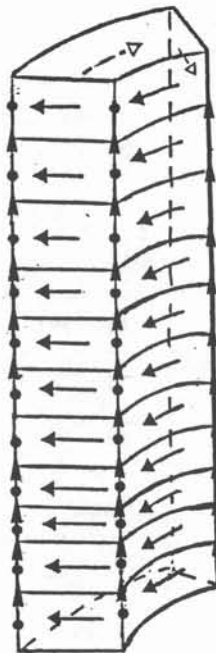


Figure 8 - Découpage d'un secteur

Par raison de symétrie, tous les secteurs ont la même répartition de densités de courant. Aux bornes de chaque élément de courant de la maille k , parcouru par la densité de courant $J_i(k)$, i variant de 1 à 5, est définie la différence de potentiel $\Delta U_i(k)$ (figure 9).

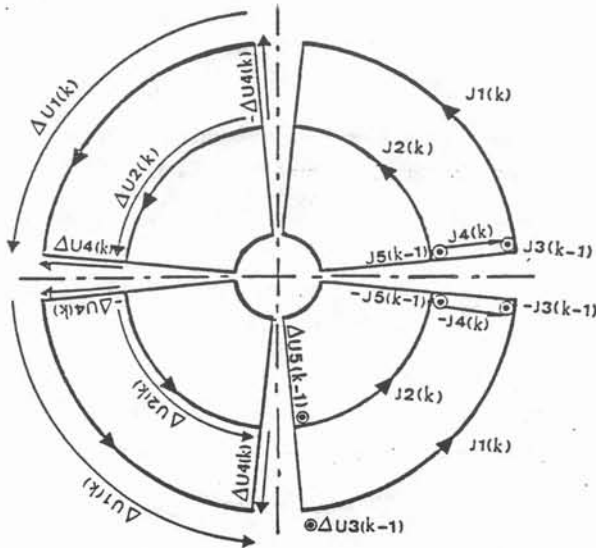


Figure 9 - Coupe d'un creuset
4 secteurs

L'effet des densités J_1 et J_2 est considéré comme celui de deux spires non sectorisées, la différence entraînée par les coupures que représentent les fentes étant négligée. Les autres densités sont portées par des segments de longueur finie.

Un découpage volumique du creuset pour la modélisation en grande peau serait possible, mais nécessiterait un nombre très important d'inconnues pour simuler correctement le comportement du courant. Dans son état actuel, le modèle peut uniquement prendre en compte les creusets pour lesquels la densité de courant peut être supposée constante dans l'épaisseur de la paroi. Il y a donc une seule maille dans l'épaisseur. Le découpage en cinq densités de courant, présenté plus haut, peut alors être conservé.

- **les culasses magnétiques.** Sont qualifiés de culasses magnétiques les éléments pour lesquels la résistivité azimuthale est supposée infinie. Cette hypothèse s'applique en particulier aux culasses formées de tôles minces parallèles, isolées électriquement les unes par rapport aux autres. La présence de ces éléments est alors équivalente à celle d'une répartition de densités de courant surfaciques fictives qui sont les inconnues choisies pour modéliser cette catégorie d'éléments.

- **les induits magnétiques.** Ce sont des charges magnétiques dont la conductivité azimuthale n'est pas nulle. Elles sont modélisées comme la superposition d'éléments en "fine peau" (avec $\mu = \mu_0 \mu_r$, $\mu_r > 1$) et de culasses magnétiques. Les inconnues sont les densités de courant réelles et les densités de courant fictives traduisant le caractère magnétique de ces éléments.

II-2/ Equations de base

Les équations de Maxwell :

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

permettent d'exprimer le champ électrique \mathbf{E} en fonction du potentiel-scalaire électrique V et du potentiel-vecteur \mathbf{A} du champ magnétique :

$$\mathbf{E} = - \text{grad } V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

La loi d'Ohm :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

combinée à cette équation, devient:

$$\mathbf{J} = - \sigma \left(\text{grad } V + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right)$$

II-2.1/ Calcul du potentiel-vecteur

Comme le courant et le champ inducteur, le potentiel-vecteur est de la forme

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 \exp(i\omega t)$$

et sa dérivée par rapport au temps s'écrit :

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = i \omega \mathbf{A}$$

La loi de Biot et Savart donne l'expression du potentiel-vecteur créé en un point par une distribution de densités de courant :

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{\mathbf{J}}{r} dv$$

où \mathbf{A} est le potentiel-vecteur créé en un point M ,

\mathbf{J} est la densité de courant constante dans l'élément de volume

l est la distance entre le centre de dV et M ,

Dans notre modèle n'apparaissent que des densités linéiques de courant portées par des spires circulaires, ou des segments (pour le creuset).

Dans le cas d'un circuit filiforme circulaire (figure 10), le potentiel-vecteur n'a qu'une composante suivant e_θ [37], et vaut :

$$A_\theta = \frac{\mu_0 \cdot I}{\pi} \sqrt{\frac{\rho}{m \cdot r}} \left[\left(1 - \frac{m}{2}\right) \cdot K(m) - E(m) \right]$$

$$\text{où } m = \frac{4 \cdot \rho \cdot r}{[(r + \rho)^2 + (z - \xi)^2]}$$

ρ et ξ sont le rayon et la cote de la spire,

r et z sont le rayon et la cote M ,

K et E sont les intégrales elliptiques de 1ère et 2ème espèce.

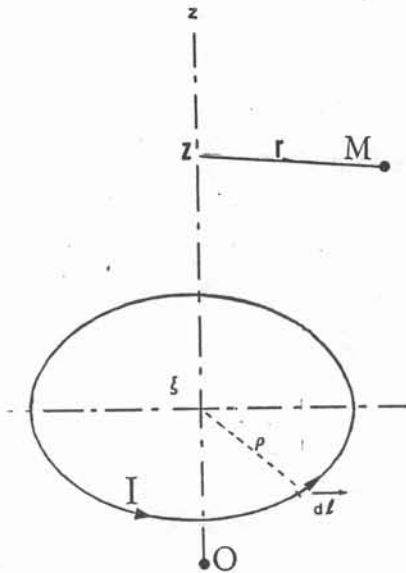


Figure 10 - Potentiel-vecteur créé par une spire filiforme

Pour un segment limité par les points C et D, avec les notations de la figure 11, le potentiel-vecteur vaut [37]:

$$A = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi} \text{Log} \frac{(x_D + \sqrt{1 + x_D^2})}{(x_C + \sqrt{1 + x_C^2})}$$

avec

$$x_C = \frac{\sin \alpha_1 (r_C - r \cos (\theta - \theta_1)) + \cos \alpha_1 (z_C - z)}{[(\cos \alpha (r_C - r \cos (\theta - \theta_1)) + \sin \alpha_1 (z_C - z))^2 + r^2 \sin^2 (\theta - \theta_1)]^{1/2}}$$

$$x_D = \frac{[(z_D - z_C)^2 + (r_D - r_C)^2]^{1/2} + \sin \alpha_1 (r_C - r \cos (\theta - \theta_1)) + \cos \alpha_1 (z_C - z)}{[(\cos \alpha (r_C - r \cos (\theta - \theta_1)) + \sin \alpha_1 (z_C - z))^2 + r^2 \sin^2 (\theta - \theta_1)]^{1/2}}$$

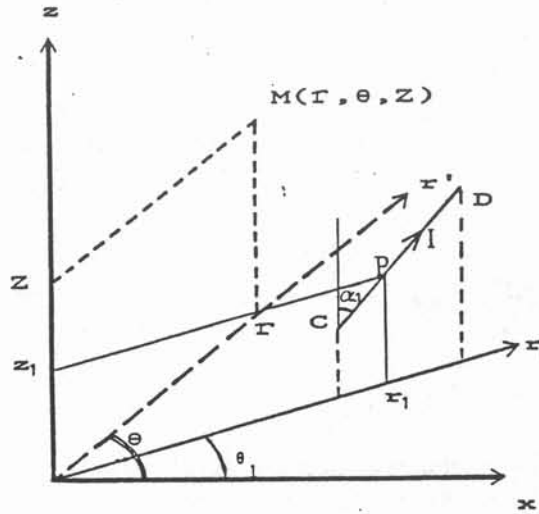


Figure 11 - Potentiel-vecteur créé par un segment

II-2.2/ Intégration

Ces expressions sont valables pour des éléments créateurs filiformes. Le potentiel-vecteur recherché étant celui créé par des mailles de taille finie, les valeurs de A doivent être intégrées sur la surface ou le volume de la maille.

Lorsque la maille est du type "fine peau", l'intégration se fait sur le volume associé à la maille, qui est assimilable à un ensemble d'éléments filiformes (figure 12). Chacun est parcouru par un courant dI, créant en un point de coordonnées (r,z) un potentiel-vecteur dA :

$$dA = \frac{\mu_0}{\pi} dI f(\rho, \xi, r, z)$$

p et ξ étant les coordonnées du centre de l'élément filiforme, de section $d\rho d\xi$ dans un plan méridien, dI étant relié à la densité de courant à la surface J par l'expression :

$$dI = J e^{-(1 + i)n/\delta} d\rho d\xi$$

n représentant la distance du point (ρ, ξ) à la surface, suivant la normale.

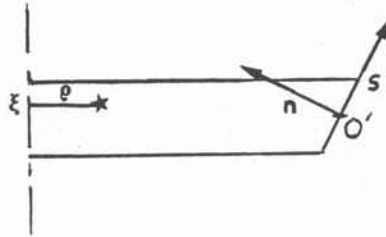


Figure 12 - Intégration en "fine peau"

La fonction $f(\rho, \xi, r, z)$ peut s'exprimer, dans le repère (o', n, s) , sous la forme d'une fonction $g(n, s)$ et l'expression du potentiel-vecteur créé par la maille au point (r, z) est la suivante :

$$A = \frac{\mu_0}{\pi} \iint_{ns} J(s) e^{-(1+i)n/\delta} g(n, s) ds dn$$

Or, les hypothèses sont telles que :

- $J(s)$ est constante sur toute la hauteur de la maille et vaut J
- δ est petit devant l'épaisseur de l'élément, donc devant n , aussi l'exponentielle décroît-elle beaucoup plus vite que la fonction g , qui est une fonction polynomiale d'ordre 4.

Il est alors possible d'écrire :

$$\iint_{ns} J(s) e^{-(1+i)n/\delta} g(n, s) dn ds = J \int_s g(0, s) \int_n e^{-(1+i)n/\delta} dn ds$$

Or

$$\int_0^{Ep} e^{-(1+i)n/\delta} dn = -\frac{\delta}{1+i} (e^{-(1+i)Ep/\delta} - 1)$$

$$\text{et } \frac{Ep}{\delta} \gg 1 \quad \text{donc} \quad e^{-Ep/\delta} \cdot e^{-i Ep/\delta} \ll 1$$

borné par 1

donc,

$$A = \frac{\mu_0 \delta}{\pi(1+i)} J \int_s g(0, s) ds$$

L'intégration sur la longueur s , qui est ici la hauteur h de la maille, se fait par la méthode des trapèzes.

L'intégration pour les mailles en "grande peau" est basée sur le même principe : la maille est découpée également en un ensemble d'éléments filiformes de coordonnées (ρ, ξ) , chacun créant au point de coordonnées (r, z) un potentiel-vecteur dA :

$$dA = \frac{\mu_0}{\pi} dI f(\rho, \xi, r, z)$$

La densité J étant constante dans la maille, dI est ici égal à :

$$dI = J d\rho d\xi$$

Le potentiel-vecteur total vaut donc :

$$dA = \frac{\mu_0}{\pi} J \iint \rho \xi f(\rho, \xi, r, z) d\rho d\xi$$

L'intégration par la méthode des trapèzes est immédiate, aussi bien pour les mailles parallélipipédiques, triangulaires (avec le même nombre d'éléments de découpage sur les deux côtés), que pour les mailles annulaires.

II-2.3/ Calcul du gradient de potentiel-scalaire

Le terme en $\text{grad } V$ s'exprime en fonction des différences de potentiel ΔU aux bornes des éléments. Ces dernières sont nulles pour les mailles en court-circuit, par contre, pour l'inducteur et le creuset, ce sont des inconnues qui apparaissent sous la forme :

$$\text{grad } V = \frac{\Delta U}{l} \quad \begin{array}{l} l = 2\pi r \text{ pour un cercle} \\ l = \text{longueur pour un segment} \end{array}$$

Les équations :

$$J = -\sigma \left(\text{grad } V + \frac{\partial A}{\partial t} \right)$$

sont au même nombre que les densités de courant inconnues. Des relations entre différences de potentiel et entre densités de courant permettent de rajouter le nombre voulu d'équations et d'en avoir autant que d'inconnues :

- d'une part, pour le réseau de noeuds et de mailles du creuset, les lois de Kirchhoff, qui relient entre elles les différences de potentiel et les densités de courant (2Ncr lois des noeuds et 3Ncr-2 lois des mailles) [26].

- d'autre part, pour l'inducteur, la conservation du courant d'une spire i à la suivante (une équation de moins que le nombre de spires) :

$$\iiint_i J \, dV = \iiint_{i+1} J \, dV$$

- enfin l'égalité entre la somme des différences de potentiel aux bornes de chaque spire et la différence de potentiel totale aux bornes de l'inducteur, qui est imposée :

$$\sum U_i = U_t$$

II-3/ Culasses magnétiques

Les équations et inconnues reliées aux culasses magnétiques sont présentées dans l'article :

"Etude du comportement d'un circuit magnétique dans un système de chauffage par induction",

paru dans la Revue Générale de l'Electricité, N°9, Oct. 1987.

II-4/ Induits magnétiques

Les équations liées aux induits magnétiques sont, d'une part, les équations des charges seules, d'autre part, des équations de Fredholm analogues à celles décrites dans l'article cité ci-dessus (équation 13), mais comportant un terme supplémentaire au second membre. En effet, pour ces éléments, il existe des densités réelles de courant dans l'élément. Elles sont réparties dans tout le volume, suivant une décroissance exponentielle à partir de la surface, mais peuvent être représentées par une densité purement surfacique K_r définie par :

$$\begin{aligned} K_r &= \int_0 J_0 e^{-(1+i)n/\delta} \, dn \\ &= \frac{\delta}{1+i} J_0 \end{aligned}$$

où J_0 est la densité de courant en $n = 0$.

Ce n'est pas J_0 , mais bien K_r qui apparaît dans le second membre de l'équation, le modèle utilisé pour les culasses magnétiques n'étant valable que dans les cas d'épaisseur de peau nulle, c'est-à-dire sans courants volumiques.

L'équation (13) devient alors [37] :

$$\frac{\mu_r + 1}{\mu_r - 1} K'(P) = \int K'(M) \phi(M, P) \, dl - \frac{2}{\mu_0} n(P) \wedge B_s(P) + \int K_r \, dl$$

Les densités de courant fictives K' sont déterminées grâce aux équations ci-dessus et les densités de courant réelles J par les équations de la forme :

$$J = - \sigma \left(\text{grad } V + \frac{\partial A}{\partial t} \right)$$

II-5/ Système final

On obtient en fin de compte un système d'équations linéaires de la forme :

$$A X = B$$

où les inconnues formant le vecteur X sont :

- les $N_s \cdot N_m$ densités de courant dans chacune des N_m mailles de chaque spire de l'inducteur,
- les N_s différences de potentiel aux bornes des N_s spires de l'inducteur,
- les $N_{ci} \cdot N_{mi}$ densités de courant des N_{ci} charges axisymétriques, magnétiques ou non,
- les $5N_{cr}-2$ densités de courant des $5N_{cr}-2$ segments ou arcs du creuset,
- les $N_{cuj} \cdot N_{mj}$ densités de courant fictives des N_{cuj} circuits magnétiques,
- les $5N_{cr}-2$ différences de potentiel aux bornes des segments ou arcs du creuset ;

et les équations définissant les termes de la matrice A sont :

- les $(N_s \cdot N_m + N_{ci} \cdot N_{mi} + 5N_{cr}-2)$ équations de la forme :

$$J = - \sigma \left(\frac{\Delta U}{l} + i \omega A \right)$$

- les $N_{cuj} \cdot N_{mj}$ équations de Fredholm pour les mailles des culasses et les induits magnétiques,
- les N_s-1 équations de conservation du courant d'une spire à l'autre de l'inducteur,
- l'égalité entre la somme des différences de potentiel et la différence de potentiel totale pour l'inducteur,
- les $5N_{cr}-2$ lois de Kirchhoff pour le creuset.

Le système final a une taille très importante

$$(N_s.(N_m+1) + N_{ci}.N_{mi} + N_{cu};N_{mj} + 10.N_{cr}-4)$$

Il est intéressant d'utiliser, avant résolution, les lois simples de Kirchhoff qui permettent de diviser le nombre d'inconnues liées au creuset par 2 en ne gardant que les inconnues $\Delta U_1, \Delta U_2, J_3, J_4$ et J_5 , et en remplaçant directement les autres inconnues par leurs expressions [26].

Le système a alors $5.N_{cr}-2$ inconnues et équations en moins, ce qui n'est pas du tout négligeable, puisque le creuset est un des éléments nécessitant le maillage le plus fin. Pour une configuration classique, on peut avoir environ 45 mailles pour l'inducteur, 40 mailles pour la charge et 30 mailles, soit 296 inconnues, pour le creuset. En supprimer la moitié représente un gain considérable en temps de calcul.

Toutes les composantes de B sont nulles sauf sur la ligne correspondant à l'égalité entre la somme des différences de potentiel aux bornes de chaque spire de l'inducteur et la différence de potentiel totale, qui apparaît ici.

II-6/ Résolution du système

Le système est résolu par triangulation de la matrice A, suivie du calcul des inconnues éliminées par l'artifice de la substitution, ainsi que du courant total I :

$$I = \iiint J \, dV \quad \text{sur une spire de l'inducteur.}$$

Diverses grandeurs peuvent alors être calculées :

* la densité de puissance locale en un point de conductivité électrique σ parcouru par une densité de courant J, J^* étant son complexe conjugué :

$$dP = \frac{JJ^*}{\sigma}$$

La connaissance de la distribution de puissance locale présente un intérêt pour la recherche des points chauds du système où l'on peut craindre, par exemple, des problèmes de fragilisation.

* la puissance totale injectée dans la charge i :

$$P_i = \int dP$$

* la résistance ramenée au primaire de chaque élément :

$$R_i = \frac{P_i}{I^2}$$

* l'impédance totale Z du système, la résistance Rt et l'inductance Lt totales ramenées au primaire, données par :

$$U = Z.I = (R_t + j L_t \omega). I$$

Il est indispensable de connaître Z pour avoir la meilleure adaptation au générateur et pouvoir ainsi en tirer le maximum de puissance. En effet, le générateur fonctionne dans des conditions optimales lorsque la "charge" électrique à ses bornes peut être assimilée à une résistance pure égale à sa résistance caractéristique Zc définie par :

$$Z_c = \frac{U_n^2}{P_n}$$

Où U_n et P_n sont respectivement la tension et la puissance nominale du générateur. On a vu que le circuit RLC est équivalent à une résistance pure, il suffit alors de jouer sur la géométrie (notamment celle de l'inducteur), la fréquence de fonctionnement (par l'intermédiaire de la valeur des capacités) ou d'utiliser des transformateurs entre l'ensemble inducteur-charge-coffret et le générateur pour que la résistance vue par ce dernier soit la plus proche possible de son impédance caractéristique.

* le rendement dans chaque élément :

$$\rho_i = \frac{R_i}{R_t}$$

La connaissance de la résistance ramenée au primaire est très importante pour prévoir d'une part le rendement électrique dans la charge à chauffer ou à fondre et, d'autre part, les pertes dans les éléments annexes. Il est possible, en jouant sur la position de ces éléments et les matériaux qui les composent, de diminuer leur couplage.

* le champ magnétique en tout point (r, z) de l'espace, calculé à partir des expressions :

$$B_r = - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} = \frac{\mu_0}{\pi} \iint \frac{\partial f(\rho, \xi, r, z)}{\partial z} J(\rho, \xi) \, d\rho d\xi$$

$$B_\theta = 0$$

$$B_z = - \frac{1}{r} \frac{\partial (r.A_\theta)}{\partial r} = \frac{\mu_0}{\pi} \iint \frac{\partial f(\rho, \xi, r, z)}{\partial z} J(\rho, \xi) \, d\rho d\xi$$

* les forces créées en tout point de la surface ou du volume de la charge, parcouru par un courant J , et où le champ magnétique vaut B :

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \wedge \mathbf{B}$$

Étude du comportement d'un circuit magnétique dans un système de chauffage par induction

Roland ERNST, Annie GAGNOUD, Isabelle LECLERCQ

MADYLAM - Institut de Mécanique de Grenoble

Les auteurs de l'article décrivent une méthode permettant de prendre en compte une culasse magnétique dans un système à induction MF et HF destiné au chauffage par induction. Cette méthode est basée sur une discrétisation de l'inducteur, de la charge et de la culasse en petites spires, donnant ainsi un maillage des différents domaines conducteurs. Sur chacune de ces spires sont écrites d'une part les équations de Maxwell et les lois de Kirchhoff pour l'inducteur et la charge et d'autre part les équations de Fredholm de 2^e espèce pour la culasse magnétique, les inconnues étant les densités de courant dans chaque spire. Le système d'équations correspondant est ensuite résolu numériquement, cela pour une tension imposée aux bornes de l'inducteur. A partir des densités de courant, sont également calculés les résistances de chaque élément ramenées à l'inducteur, l'inductance du système et le champ magnétique. Enfin, l'application de cette méthode à un exemple de système à induction de traitement thermique montre que l'on peut faire un dimensionnement rigoureux, tant sur le plan de l'optimisation du système lui-même que sur le plan de l'adaptation d'impédance vis-à-vis du générateur à induction sur lequel il doit être connecté.

Dans un système à induction, l'utilisation de circuits magnétiques (tôles magnétiques feuilletées jusqu'à quelques kHz, ferrites pour des fréquences plus élevées) peut présenter un certain nombre d'avantages, notamment lorsqu'il s'agit de concentrer localement le champ magnétique ou de dévier celui-ci vers une région bien précise.

Cependant, dans le chauffage par induction, où l'inducteur fait partie d'un circuit oscillant alimenté par un générateur à induction, il convient de prendre certaines précautions lors de l'utilisation d'un circuit magnétique. Celui-ci doit en effet être correctement dimensionné, afin que les avantages recherchés ne soient pas remplacés par d'éventuels défauts inhérents à ce système : saturation et pertes par courants de Foucault excessives dans le circuit magnétique, modification trop importante de l'impédance du système et de la répartition du courant d'inducteur.

Nous présentons donc ici une méthode permettant d'étudier le comportement d'un circuit magnétique et d'en déterminer l'influence au sein d'un système de chauffage par induction constitué d'un inducteur et d'une charge induite (ou plusieurs).

La méthode numérique de calcul de l'impédance (inductance et résistance) et de la répartition du courant (dans l'inducteur et dans la charge) d'un système inducteur + charge (sans circuit magnétique) a déjà été décrite [2],

[3]; elle est actuellement exploitée sous forme d'un logiciel appelé Désir-Socrate.

Le présent article donne une méthode complémentaire de modélisation numérique d'un circuit magnétique (appelé aussi culasse magnétique) et explique le principe de son intégration dans le logiciel Désir-Socrate.

Principe de la méthode et hypothèses simplificatrices

Considérons un matériau magnétique délimité par la surface (S) et une distribution de courants inducteurs $\vec{J}^{(0)}$ limitée par la surface (S_0) (pouvant être l'inducteur et la charge) (fig. 1) [1].

Nous supposons que le milieu magnétique (région 1) a une perméabilité $\mu_1 = \mu_0 \mu_r$ et une conductivité électrique σ_1 nulle, ce qui correspond à une résistivité infinie. Pour les circuits en tôles magnétiques, cette dernière hypothèse est d'autant mieux vérifiée que les tôles, isolées entre elles, sont fines. Le milieu extérieur au matériau magnétique (région 2) étant de l'air, il a une perméabilité $\mu_2 = \mu_0$, μ_0 étant la perméabilité du vide.

La distribution de courants inducteurs est donc une source de champ $\vec{B}^{(0)}$. Le milieu magnétique 1 s'aimante et produit une induction \vec{B}' . L'induction totale est :

$$\vec{B} = \vec{B}^{(0)} + \vec{B}' \quad (1)$$

C'est \vec{B} qui agit sur le milieu 1 pour produire l'intensité d'aimantation \vec{M} .

On peut alors montrer que le milieu magnétique produisant \vec{B}' se comporte comme une distribution volumique de dipôles, et que \vec{B}' est le même que l'induction créée par des courants fictifs \vec{J}' et \vec{K}' circulant respectivement à l'intérieur du milieu 1 et sur la surface (S), avec :

$$\vec{J}' = \text{rot } \vec{M} \quad (2)$$

$$\vec{K}' = -(\vec{n} \wedge \vec{M}) \quad (3)$$

\vec{n} étant la normale orientée positivement vers l'extérieur en tout point de la surface (S).

Si, de plus, on suppose que μ_1 est constante (milieu homogène), on montre que $\text{rot } \vec{M} = 0$, donc que $\vec{J}' = 0$. On peut alors remplacer la culasse par une distribution fictive de courants superficiels \vec{K}' (en A/m) sur (S), valant en tout point de (S) :

$$\vec{K}' = -(\vec{n} \wedge \vec{M})$$

On écrit ensuite pour l'induction et le champ magnétique les relations de passage entre les milieux 1 et 2 sur la surface (S), ces relations étant traduites en potentiel vecteur. Ce dernier peut s'exprimer en fonction des courants inducteurs $\vec{J}^{(0)}$ et des courants fictifs \vec{K}' , et on aboutit ainsi à une équation intégrale du type Fredholm de 2^e espèce [1], valable en tout point de la surface (S) de la culasse.

Enfin, pour le développement des calculs, nous traiterons des géométries présentant une symétrie de révolution dans un repère (r, θ , z).

Equation intégrale caractéristique de la culasse

Les relations de passage du champ \vec{H} et de l'induction \vec{B} entre les milieux 1 et 2 s'écrivent (fig. 1) :

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{K}_r \quad (4)$$

(K_r : densité des courants réels existant éventuellement sur (S)).

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (5)$$

D'où, comme $\vec{B} = \mu \vec{H}$:

$$\vec{n} \wedge (\vec{B}_2/\mu_2 - \vec{B}_1/\mu_1) = \vec{K}_r \quad (6)$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (7)$$

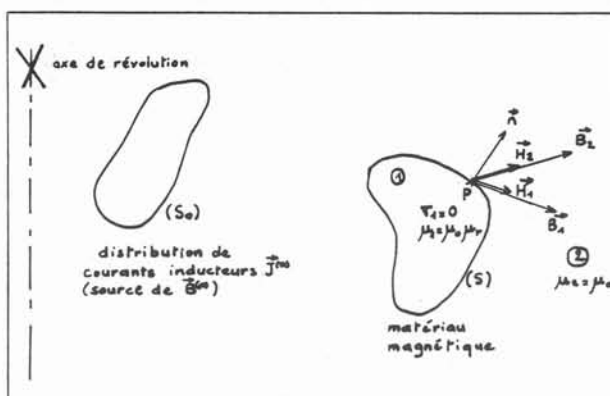
ce qui donne, en passant au potentiel vecteur A :

$$(\vec{n} \wedge \text{rot } \vec{A}_2)/\mu_2 - (\vec{n} \wedge \text{rot } \vec{A}_1)/\mu_1 = \vec{K}_r \quad (8)$$

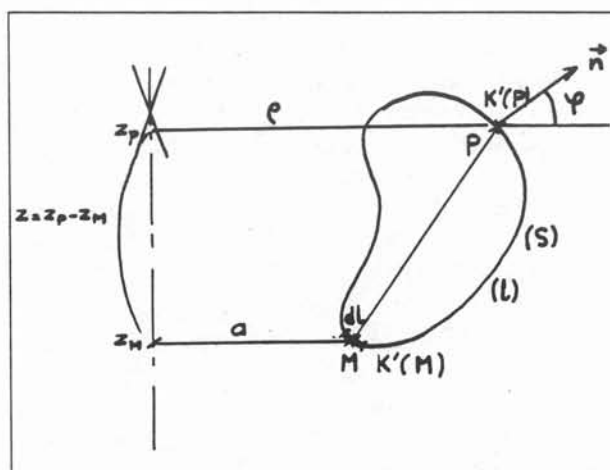
$$\vec{n} \cdot (\text{rot } \vec{A}_2 - \text{rot } \vec{A}_1) = 0 \quad (9)$$

Le potentiel vecteur \vec{A} (donc \vec{A}_1 et \vec{A}_2) est parallèle aux courants, donc ne présente qu'une composante azimutale suivant θ , à cause de la symétrie de révolution. La relation (9) entraîne alors :

$$\vec{A}_2 = \vec{A}_1 \quad (10)$$



1 Matériau magnétique non conducteur en présence d'une distribution de courants inducteurs.



2 Interaction entre 2 points M et P de la culasse.

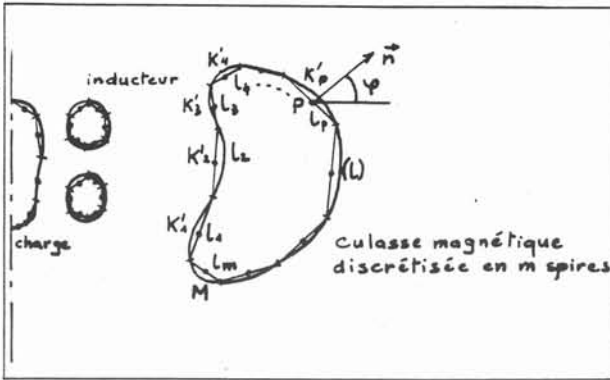
D'autre part, comme pour l'induction \vec{B} (relation (1)), on a, pour le potentiel vecteur \vec{A} (donc \vec{A}_1 et \vec{A}_2) :

$$\vec{A} = \vec{A}^{(0)} + \vec{A}' \quad (11)$$

$\vec{A}^{(0)}$ étant le potentiel vecteur correspondant à la distribution de courant inducteur $\vec{J}^{(0)}$ donnant l'induction $\vec{B}^{(0)}$ (compte tenu de la présence de la culasse), \vec{A}' étant le potentiel vecteur correspondant à la distribution des courants fictifs superficiels \vec{K}' définis précédemment. Ceci correspond au principe de superposition.

Par exploitation des relations (8), (9), (10), (11), on peut montrer que l'on aboutit à l'équation caractéristique suivante au point courant P de la culasse magnétique (fig. 2) :

$$\frac{1}{2} [(\mu_r + 1)/(\mu_r - 1)] \cdot (\mu_0 \cdot \vec{K}'(P)) + \vec{n} \wedge \int_{(\ell)} d\vec{B}' = -(\vec{n} \wedge \vec{B}^{(0)}_s) \quad (12)$$



3 Discretisation de la surface de la culasse, de la charge et de l'inducteur en segments donnant des spires de révolution.

(La démonstration détaillée de cette relation est donnée en annexe).

$\vec{K}'(P)$ est la densité de courant fictive inconnue en P. (ℓ) est le contour linéique correspondant à la surface de révolution (S).

$d\vec{B}'$ est l'induction magnétique créée au point P ($d\vec{B}' = \text{rot } d\vec{A}'$) par la spire de révolution de rayon a portant le courant $\vec{K}'(M) d\ell$ correspondant à l'élément de longueur $d\ell$ [1]; $d\vec{B}'$ et $d\vec{A}'$ s'expriment par des formules classiques (données dans l'annexe) en fonction de $\vec{K}'(M)$ et de la géométrie.

$\vec{B}^{(0)}_s (= \text{rot } \vec{A}^{(0)}_s)$ est l'induction créée par les courants inducteurs $J^{(0)}$ sur la surface (S). Le second membre de (12): $-(\vec{n} \wedge \vec{B}^{(0)}_s)$, peut s'exprimer de la même manière à partir des densités de courants inducteurs (portées a priori par l'inducteur et la charge) par le même type de relations (28) et (29) (voir en annexe).

La relation (12), dont le premier membre s'exprime grâce à (29) entièrement en fonction de la densité \vec{K}' , représente l'équation caractéristique de la culasse: il s'agit d'une équation de Fredholm de 2^e espèce en \vec{K}' .

Discretisation de la culasse magnétique et système d'équations associé

Afin de résoudre numériquement l'équation intégrale (12), on procède à une discretisation numérique du contour (ℓ) de la coupe méridienne de la culasse en m seg-

ments $\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_m$ (fig. 3). L'équation (12) sera alors écrite au milieu de chacun de ces segments, les densités de courants correspondantes inconnues étant $\vec{K}'_1, \vec{K}'_2, \dots, \vec{K}'_m$, donnant ainsi un système de m équations. La précision de la méthode est bien sûr liée à m , finesse du maillage de la culasse. Si m est très grand, on peut dire alors que la ligne brisée formée par les segments $\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_m$ est pratiquement assimilable au contour continu (ℓ) de la culasse réelle. Par le système Désir-Socrate [2], [3], l'inducteur (aux bornes duquel la tension est imposée) et la (ou les) charge sont discrétisés de manière analogue, respectivement en i et en c spires (ou segments) portant les densités \vec{J} et $\vec{J}\vec{C}$ également inconnues. Le second membre de (12) $-(\vec{n} \wedge \vec{B}^{(0)}_s)$ peut s'exprimer de la même manière que le 2^e terme du 1^{er} membre, grâce aux relations (29). Ceci correspond alors à l'induction due aux segments de l'inducteur et aux segments de la charge, à partir des densités \vec{J} et $\vec{J}\vec{C}$.

L'équation (12) écrite au centre de chaque segment de la culasse (par exemple en P pour le segment ℓ_p (fig. 3) s'exprime par l'équation (13) (en bas de page).

Le système d'équations relatif à la culasse discrétisée est obtenu en écrivant l'équation (13) pour tous les m segments la constituant. Les vecteurs intervenant dans ces équations (les densités \vec{K}' et les produits vectoriels du type $\vec{n} \wedge d\vec{B}$) n'ont qu'une composante azimutale suivant θ . On peut donc écrire scalairement ces équations en développant les produits vectoriels (la normale \vec{n} à chaque segment ayant suivant r, θ, z les composantes $(\cos \varphi, 0, \sin \varphi)$, φ étant connu pour chaque segment une fois le maillage choisi) et en remplaçant les composantes de $d\vec{B}'$ et $d\vec{B}^{(0)}_s$ en fonction des densités de courants correspondantes $\vec{K}'_k, \vec{J}_k, \vec{J}\vec{C}_k$ par les relations (29). Ces densités sont supposées invariantes sur chaque segment ℓ_k les portant. Les intégrales de l'équation (13) ne dépendent plus que de la géométrie et sont calculées pour chaque segment ℓ_k par la méthode des trapèzes.

On obtient alors un système matriciel correspondant aux m équations de la culasse; équation (14) de la page suivante.

Il s'agit donc d'un système de m équations à $m + i + c$ inconnues: les m densités de courant \vec{K}' de la culasse, les i densités de l'inducteur et les c densités de la charge.

Ce système d'équations caractérisant la culasse est donc incomplet, puisqu'il manque $i + c$ équations. Ces équations sont en fait données par le système Désir-Socrate.

Remarque: comme le potentiel vecteur \vec{A} et les densités de courant $\vec{J}, \vec{J}\vec{C}$ et \vec{K}' n'ont qu'une composante azimutale suivant θ , les relations correspondantes peuvent être écrites scalairement.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} [(\mu_r + 1)/(\mu_r - 1)] \cdot (\mu_0 \cdot \vec{K}'_p) + \sum_{k=1}^m \left(\int_{(\ell_k)} \vec{n} \wedge d\vec{B}' \right) \\ & = - \sum_{k=1}^i \left(\int_{(\ell_k)} \vec{n} \wedge d\vec{B}^{(0)}_s \right) - \sum_{k=1}^c \left(\int_{(\ell_k)} \vec{n} \wedge d\vec{B}^{(0)}_s \right) \end{aligned} \quad (13)$$

segments de la culasse

segments de l'inducteur

segments de la charge

$$\begin{array}{c} m \\ \left\{ \begin{array}{c} \overbrace{\hspace{1.5cm}}^{m+i+c} \\ \hline \text{M} \end{array} \right. \end{array} \times \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} JI_1 \\ \vdots \\ JI_i \\ JC_1 \\ \vdots \\ JC_c \\ K'_1 \\ \vdots \\ K'_m \end{array} \right\} \begin{array}{l} i \\ c \\ m \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} m \end{array} \quad (14)$$

Interaction avec l'inducteur et la charge (système Désir-Socrate)

Les $i + c$ équations manquantes au système (14) seront données par l'écriture des équations caractéristiques de l'inducteur et de la charge. Il s'agit du système Désir-Socrate [2], [3], déjà expliqué. En résumé, ce système est basé sur une discrétisation (uniquement en surface si l'épaisseur de peau électromagnétique est petite, en épaisseur si celle-ci est grande vis-à-vis des dimensions des conducteurs) de l'inducteur et de la charge respectivement en i spires (ou segments) portant les densités JI et en c spires (ou segments) portant les densités JC (fig. 3). On écrit pour chacune de ces spires la loi d'Ohm généralisée issue des équations de Maxwell et les lois de Kirchhoff, la grandeur imposée étant la tension U aux bornes de l'inducteur.

La loi d'Ohm pour chaque spire, par exemple pour la

spire p de l'inducteur, est du type :

$$U_p = 2\pi r_p \cdot [0 \cdot JI_p + i\omega \sum A(JI_k) + i\omega \sum A(JC_k) + i\omega \sum A(K'_k)] \quad (15)$$

U_p est la tension aux bornes de la spire p de l'inducteur, r_p est le rayon moyen de la spire p de l'inducteur, Q est sa résistivité,

$\sum A(JI_k)$ est le potentiel vecteur de toutes les spires de l'inducteur s'exerçant sur la spire p de l'inducteur, $\sum A(JC_k)$ est le potentiel vecteur de toutes les spires de la charge s'exerçant sur la spire p de l'inducteur, $\sum A(K'_k)$ est le potentiel vecteur de toutes les spires de la culasse s'exerçant sur la spire p de l'inducteur.

Ces potentiels vecteur s'expriment en fonction des densités de courant correspondantes par la relation (28).

L'équation (15) est écrite au centre de chaque segment issu de la discrétisation de l'inducteur et de la charge. Par élimination des tensions U_p aux bornes de chaque spire, et après écriture des lois de Kirchhoff, on aboutit au système matriciel de $i + c$ équations suivant :

$$\begin{array}{c} i+c \\ \left\{ \begin{array}{c} \overbrace{\hspace{1.5cm}}^{m+i+c} \\ \hline \text{A} \end{array} \right. \end{array} \times \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} JI_1 \\ \vdots \\ JI_i \\ JC_1 \\ \vdots \\ JC_c \\ K'_1 \\ \vdots \\ K'_m \end{array} \right\} \begin{array}{l} i \\ c \\ m \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ U \end{array} \right\} i+c \end{array} \quad (16)$$

CHAUFFAGE PAR INDUCTION

La réunion des systèmes (14) et (16) donne donc un système de $m + i + c$ équations à $m + i + c$ inconnues qui s'écrit :

$$\begin{array}{c} \overbrace{m + i + c} \\ \left[\begin{array}{c} (A) \\ \dots\dots\dots \\ (M) \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{c} JI_1 \\ JI_1 \\ JC_1 \\ \dots\dots\dots \\ JC_c \\ \dots\dots\dots \\ K'_1 \\ \dots\dots\dots \\ K'_m \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 \\ U \\ \dots\dots\dots \\ 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 \end{array} \right] \end{array} \quad \begin{array}{c} i + c \\ m \end{array} \quad (17)$$

Ce système est résolu numériquement par triangularisation de la matrice AM .

On obtient ainsi, à partir de la tension U imposée aux bornes de l'inducteur, les densités de courant dans toutes les régions conductrices : inducteur, charge et culasse.

A partir des densités de courant dans l'inducteur et dans la charge, on peut calculer les résistances correspondantes ramenées à l'inducteur, ainsi que l'inductance totale. Le rapport entre la résistance de la charge et la résistance totale donne le rendement électrique du système à induction. Enfin, le champ magnétique en tout point peut également être calculée à partir des densités de courant.

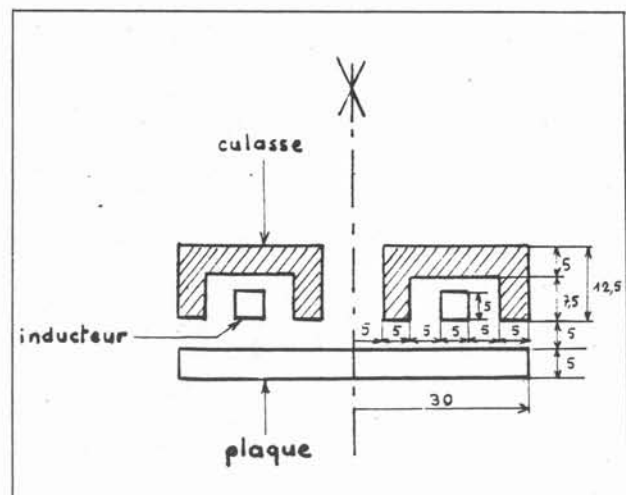
Exemple d'application

Nous choisissons, à titre d'exemple, le cas d'un inducteur de traitement thermique se présentant sous forme d'une monospire (en cuivre de section carrée) en interaction avec une plaque en laiton à traiter en surface (fig. 4). L'application de la méthode décrite précédemment permet de mettre en évidence l'influence d'une culasse magnétique (par exemple en ferrite de perméabilité relative μ_r de 100). La fréquence de travail choisie est de 100 kHz.

Dans le tableau I sont résumés les résultats globaux

Tableau. I.

	Résistance inducteur (mΩ)	Résistance charge (mΩ)	Inductance totale (μH)	Rendement (%)
Sans culasse	0,52	0,14	0,03	21
Avec culasse	0,67	0,32	0,046	33



4 Système à induction de traitement thermique avec culasse magnétique.

comparatifs entre les cas sans culasse et avec culasse : résistance de l'inducteur, résistance de la charge ramenée à l'inducteur, inductance totale et rendement électrique.

Le rendement électrique est donc amélioré grâce à la présence de la culasse.

Sur les figures 5 et 6 sont représentées les valeurs de l'induction magnétique ainsi que les lignes de champ pour une tension normalisée de 1 volt aux bornes de l'inducteur. On constate les effets de renforcement et de concentration du champ dus à la culasse.

Dans la partie coudée de la culasse la plus proche de l'axe de révolution, l'induction vaut environ 10^{-2} teslas pour 1 volt aux bornes de l'inducteur, ce qui implique que la tension réelle aux bornes de l'inducteur ne doit pas

dépasser 50 volts si l'on veut éviter la saturation de la culasse (ce qui correspondrait alors à une induction de 0,5 teslas, valeur à ne pas dépasser pour une ferrite).

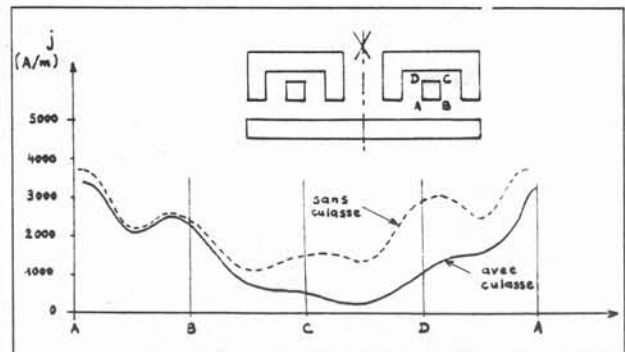
Enfin, sur la figure 7, sont représentées les valeurs du module de la densité de courant superficielle en ampères par mètre (l'épaisseur de peau électromagnétique dans l'inducteur étant très petite à la fréquence de 100 kHz choisie) le long du pourtour ABCD de la section de l'inducteur, pour une tension d'inducteur de 1 volt.

On constate que la présence de la culasse tend à diminuer la densité de courant sur les faces BC et CD, ce qui explique l'augmentation de la résistance de l'inducteur (tableau I), étant donné que la densité de courant n'occupe essentiellement que les faces AB et DA, au lieu de l'ensemble des 4 faces sans la culasse.

Conclusion

La méthode décrite dans cet article permet de modéliser des systèmes à induction moyenne et haute fréquence comportant des culasses magnétiques. Elle consiste à discrétiser l'inducteur, la charge et la culasse magnétique en petites spires sur lesquelles on écrit la loi d'Ohm généralisée, issue des équations de Maxwell, et les lois de Kirchhoff pour l'inducteur et la charge, ainsi que les équations intégrales de Fredholm de 2^e espèce pour la culasse magnétique.

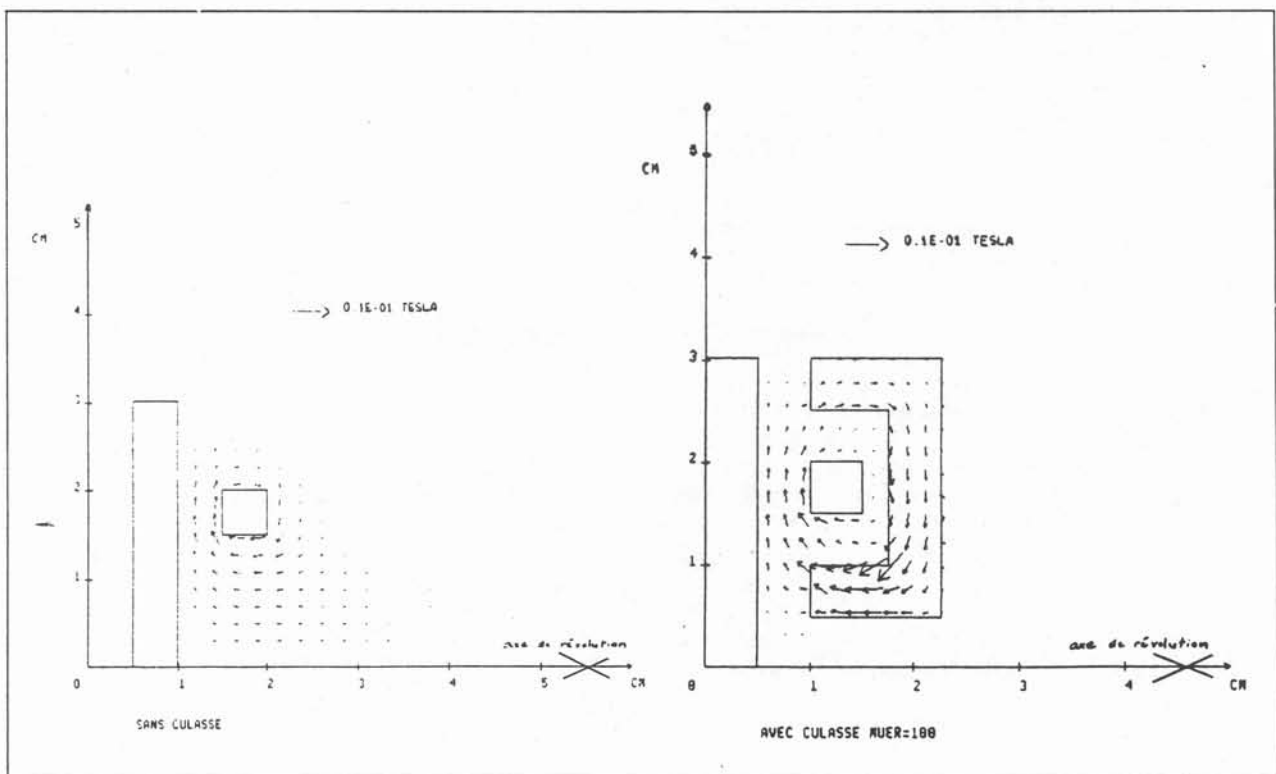
Les densités de courant sont ainsi calculées numériquement



7 Densité de courant superficielle (A/m) (en module) le long de la section de l'inducteur pour une tension de 1 volt aux bornes de l'inducteur.

ment dans tous les éléments du système à induction : inducteur, charge et culasse magnétique. La connaissance des densités de courant entraîne la détermination des différentes résistances des éléments, de l'inductance totale, du rendement électrique et du champ magnétique.

Cette méthode permet donc de montrer l'influence d'une culasse magnétique sur un système à induction et d'en donner les variations de comportement électrique. Le dimensionnement rigoureux d'une installation à induction peut ainsi être fait, tant sur le plan de l'optimisation du système à induction lui-même que sur le plan de l'adaptation d'impédance de ce système sur le générateur à induction sur lequel il doit être connecté.



5 et 6 Induction magnétique sans et avec culasse pour une tension normalisée de 1 volt aux bornes de l'inducteur.

Bibliographie

- [1] DURAND (E.); Magnétostatique. Edition Masson et Cie.
 [2] DELAGE (D.), ERNST (R.); Prédiction de la répartition du courant dans un inducteur à symétrie de révolution destiné au chauffage par induction MF et HF. *Revue Générale de l'Electricité*. Avril 1984.

[3] ERNST (R.), GAGNOUD (A.), LECLERCQ (I.); Electromagnetic modeling of heating and melting systems. *IEEE Proceedings*, MONTECH 86 (Electrothermal Processes).

[4] BURKE (P.E.), RYFF (P.F.), BIRINGER (P.P.), SOLGER (E.); The prediction and measurement of current distribution in coaxial circular geometries. *IEEE Proceedings*. 1969, PICA Conference. Denver (Colorado).

Annexe

Reprenons la relation de passage (8). Elle peut s'écrire :

$$\frac{1}{2} (1/\mu_2 - 1/\mu_1) \cdot [\vec{n} \wedge (\text{rot } \vec{A}_2 + \text{rot } \vec{A}_1)] + \frac{1}{2} (1/\mu_2 + 1/\mu_1) \cdot [\vec{n} \wedge (\text{rot } \vec{A}_2 - \text{rot } \vec{A}_1)] = \vec{K}_r \quad (18)$$

et, compte tenu de (11) :

$$\frac{1}{2} (1/\mu_2 - 1/\mu_1) \cdot [\vec{n} \wedge (\text{rot } \vec{A}^{(0)}_2 + \text{rot } \vec{A}^{(0)}_1)] + \frac{1}{2} (1/\mu_2 - 1/\mu_1) \cdot [\vec{n} \wedge (\text{rot } \vec{A}'_2 + \text{rot } \vec{A}'_1)] + \frac{1}{2} (1/\mu_2 + 1/\mu_1) \cdot [\vec{n} \wedge (\text{rot } \vec{A}^{(0)}_2 - \text{rot } \vec{A}^{(0)}_1)] + \frac{1}{2} (1/\mu_2 + 1/\mu_1) \cdot [\vec{n} \wedge (\text{rot } \vec{A}'_2 - \text{rot } \vec{A}'_1)] = \vec{K}_r \quad (19)$$

Dans le 1^{er} terme du 1^{er} membre de (19), on a :

$$\text{rot } \vec{A}^{(0)}_2 + \text{rot } \vec{A}^{(0)}_1 = 2 \cdot \vec{B}^{(0)}_s = 2 \cdot \text{rot } \vec{A}^{(0)}_s \quad (20)$$

$\vec{B}^{(0)}_s$ et $\vec{A}^{(0)}_s$ étant respectivement l'induction et le potentiel vecteur sur (S) dus aux courants inducteurs $\vec{J}^{(0)}$.

Le 3^e terme du 1^{er} membre de (19) peut s'exprimer par :

$$\vec{n} \wedge (\text{rot } \vec{A}^{(0)}_2 - \text{rot } \vec{A}^{(0)}_1) = \mu_0 \cdot \vec{K}_r \quad (21)$$

La relation (19) peut alors s'écrire :

$$\frac{1}{2} (1/\mu_2 - 1/\mu_1) \cdot [\vec{n} \wedge (\text{rot } \vec{A}'_2 + \text{rot } \vec{A}'_1)] + \frac{1}{2} (1/\mu_2 + 1/\mu_1) \cdot [\vec{n} \wedge (\text{rot } \vec{A}'_2 - \text{rot } \vec{A}'_1)] = - (1/\mu_2 - 1/\mu_1) \cdot (\vec{n} \wedge \vec{B}^{(0)}_s) + [1 - (1/\mu_2 + 1/\mu_1) \cdot \mu_0/2] \cdot \vec{K}_r \quad (22)$$

D'autre part, on peut montrer [1] que :

$$\frac{1}{2} [\vec{n} \wedge (\text{rot } \vec{A}'_2 + \text{rot } \vec{A}'_1)] = (\vec{n} \wedge \text{rot } \vec{A}')_s \quad (23)$$

$$\vec{n} \wedge (\text{rot } \vec{A}'_2 - \text{rot } \vec{A}'_1) = \mu_0 \cdot \vec{K}' \quad (24)$$

Compte tenu de (23) et (24), la relation (22) en tout point P de la surface (S) s'écrit :

$$[(\mu_1 + \mu_2) / (\mu_1 - \mu_2)] \cdot \vec{K}'(P) = - (2/\mu_0) \cdot (\vec{n} \wedge \text{rot } \vec{A}')_s - (2/\mu_0) \cdot (\vec{n} \wedge \vec{B}^{(0)}_s) + \{ [2\mu_1\mu_2 - \mu_0(\mu_1 + \mu_2)] / [\mu_0 \cdot (\mu_1 - \mu_2)] \} \cdot \vec{K}_r \quad (25)$$

Comme, dans notre cas, il n'existe pas de densité de courant réelle \vec{K}_r sur (S), le dernier terme disparaît et (25) devient :

$$\frac{1}{2} [(\mu_r + 1) / (\mu_r - 1)] \cdot (\mu_0 \cdot \vec{K}'(P)) + (\vec{n} \wedge \text{rot } \vec{A}')_s = - (\vec{n} \wedge \vec{B}^{(0)}_s) \quad (26)$$

$\vec{K}'(P)$ est la densité de courant fictive inconnue en P. $\text{rot } \vec{A}' = \vec{B}'$ est l'induction créée en P par l'ensemble de la densité de courant fictive inconnue $\vec{K}'(M)$ portée par la surface (S) de la culasse au point courant M (fig. 2).

Si on associe au point M un élément de longueur infinitésimale $d\ell$ correspondant à la spire de révolution de rayon a créant le potentiel vecteur dA' en P, l'équation (26) s'écrit :

$$\frac{1}{2} [(\mu_r + 1) / (\mu_r - 1)] \cdot (\mu_0 \cdot \vec{K}'(P)) + \vec{n} \wedge \text{rot} \int_{(\ell)} d\vec{A}' = - (\vec{n} \wedge \vec{B}^{(0)}_s) \quad (27)$$

(ℓ) étant le contour linéique obtenu par intersection entre la surface de révolution (S) et le plan méridien de la figure 2 passant par l'axe de révolution.

Comme $\text{rot } A' = B'$, cette relation peut se mettre sous la forme déjà notée :

$$\frac{1}{2} [(\mu_r + 1) / (\mu_r - 1)] \cdot (\mu_0 \cdot \vec{K}'(P)) + \vec{n} \wedge \int_{(\ell)} d\vec{B}' = - (\vec{n} \wedge \vec{B}^{(0)}_s) \quad (12)$$

Le potentiel vecteur dA' créé au point P par la spire de rayon a portant le courant $K'(M)$. $d\ell$ correspondant à l'élément de longueur $d\ell$ [1] vaut (fig. 2) :

$$dA' = (\mu_0 / 2\pi) \cdot [\sqrt{(\rho + a)^2 + z^2} / \rho] \{ (1 - k^2/2) \cdot J_1(k) - J_2(k) \} \cdot K'(M) \cdot d\ell \quad (28)$$

avec

$$k = \sqrt{4a\rho / ((\rho + a)^2 + z^2)}$$

$J_1(k)$ et $J_2(k)$ étant les intégrales elliptiques complètes de 1^{re} et de 2^e espèce (ou fonctions de Legendre).

$d\vec{A}'$, comme $\vec{K}'(M)$, n'ayant qu'une composante suivant θ , (28) peut s'exprimer scalairement.

L'induction magnétique $d\vec{B}'$ de composante $(dB'_r, dB'_\theta, dB'_z)$ correspondante [1] s'exprime par :

$$dB'_r = (\mu_0 k / 4\pi$$

$$a\rho) \cdot (z/\rho) \cdot \{ -J_1(k) + C \cdot J_2(k) \} \cdot K'(M) \cdot d\ell$$

$$dB'_\theta = 0$$

$$dB'_z = (\mu_0 k / 4\pi$$

$$a\rho) \cdot \{ J_1(k) + D \cdot J_2(k) \} \cdot K'(M) \cdot d\ell \quad (29)$$

avec

$$C = (a^2 + \rho^2 + z^2) / ((a - \rho)^2 + z^2)$$

$$D = (a^2 - \rho^2 - z^2) / ((a - \rho)^2 + z^2)$$

Le second membre de (12) : $-(\vec{n} \wedge \vec{B}^{(0)}_s)$, peut s'exprimer de la même manière à partir des densités de courants inducteur (portées à priori par l'inducteur et la charge) par le même type de relations (28) et (29).

B
DETERMINATION
DE LA
SURFACE LIBRE

Introduction

Dans la première partie de ce chapitre, seuls les effets électriques de l'induction ont été modélisés. Ils s'accompagnent d'effets thermiques et mécaniques dont la prédiction présente un intérêt capital en pratique.

Les effets thermiques sont dus à la dissipation d'énergie par effet Joule, la puissance P induite dans une charge de conductivité électrique σ et de volume V étant donné par :

$$P = \iiint_V \frac{\mathbf{J} \mathbf{J}^*}{\sigma} dV$$

\mathbf{J} et \mathbf{J}^* étant respectivement la densité de courant dans le volume dV et son complexe conjugué.

La modélisation des phénomènes thermiques présente des difficultés de 2 ordres :

- * la modélisation du champ de température dans le liquide est un problème complexe de couplage entre l'électromagnétisme, la mécanique des fluides et la thermique.
- * dans le solide, la mécanique des fluides n'intervenant pas, la résolution des équations est plus simple mais demande la connaissance de données telles que les coefficients d'échange entre le lingot et le creuset qui posent des problèmes de détermination.

Les effets mécaniques, liés à la présence de forces créées par l'interaction entre le champ magnétique \mathbf{B} et les densités de courant \mathbf{J} :

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \wedge \mathbf{B}$$

sont de deux types :

- * un effet volumique : le **brassage**. Ce phénomène est étudié en même temps que la thermique puisqu'il y a un couplage indiscutable. La vitesse intervient dans le terme de convection de l'équation de la chaleur, équation dont la résolution permet de déterminer la position du front de solidification, qui intervient dans les conditions limites du champ de température.
- * un effet surfacique : la **déformation de la surface libre**.

Les deux effets volumique et surfacique sont liés, puisque la forme de la surface libre intervient, comme le front de solidification, en tant que condition

limite, et que la vitesse est un des paramètres qui déterminent la forme de la surface libre.

La valeur de la vitesse est en général faible, aussi est-elle toujours négligée dans les modèles de prédiction de la surface libre [38],

Les problèmes rencontrés expérimentalement (chapitre III) nous ont incités à étudier particulièrement les paramètres influant sur la forme de la surface libre. Deux modèles ont été mis au point, basés sur deux méthodes déjà comparées pour la détermination de surface libre d'équilibre de charges en lévitation [39].

I/ Minimisation d'énergie

Cette méthode a été développée pour les charges en lévitation dans le champ magnétique créé par une distribution de courants filiformes [40]. Elle est étendue, ici, aux configurations réelles (inducteur et éventuel creuset de lévitation modélisés), ainsi qu'à la détermination de la forme du dôme d'un lingot en fusion dans un creuset froid. La méthode est présentée dans l'article:

"Free boundary problems in electromagnetic levitation melting end continuous casting",

publié dans IEEE Trans. on Magnetism, janvier 1988.

Des difficultés de résolution se posent cependant dans certains cas. En particulier la méthode ne converge jamais lorsque la masse volumique de la charge est faible, ce qui est le cas de l'aluminium.

Une méthode plus simple a alors été développée qui donne des résultats uniquement qualitatifs mais, par contre, ne pose pas de problèmes particuliers de convergence.

II/ Détermination de la forme par équilibre des pressions

Le saut de pression à la surface d'un fluide parfait (viscosité nulle) en équilibre s'écrit :

$$\frac{u^2}{2} + 2 \frac{\gamma}{\rho} K + gz + \frac{B^2}{2\mu\rho} = \text{constante}$$

lors de l'intégration le long de la surface entre un point de référence et le point d'abscisse curviligne s [38].

La vitesse dans le fluide est négligée afin de simplifier le calcul. La tension superficielle, dont l'influence se fait ressentir essentiellement au sommet du dôme, est également négligée, le résultat escompté étant uniquement qualitatif. L'équation se réduit alors à :

$$\rho g z + \frac{B^2}{2\mu} = \text{constante}$$

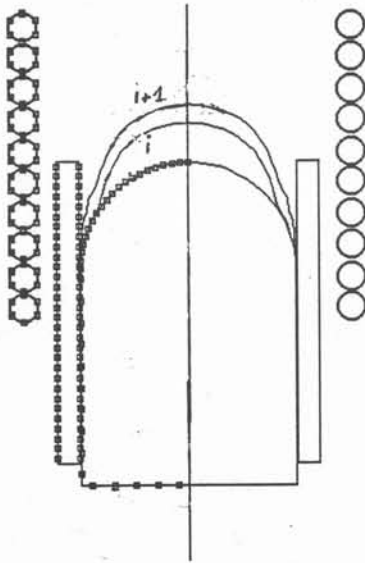


Figure 13 : Allure du dôme aux itérations i et $i+1$

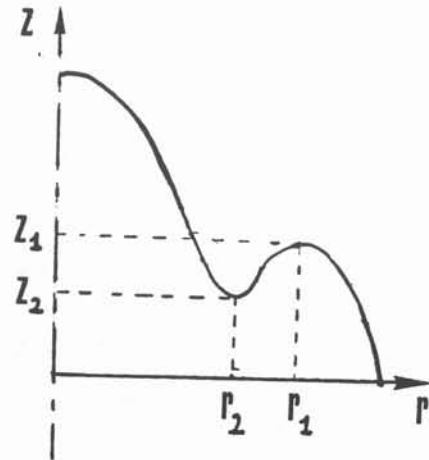


Figure 14 : La configuration $r_1 > r_2$ et $z_1 < z_2$ est interdite

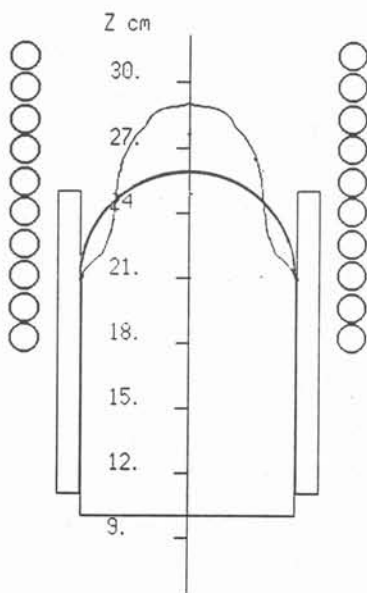


Figure 15 : Dôme à 3 kHz

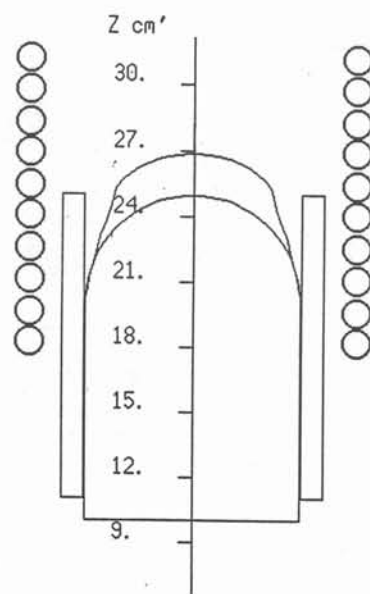


Figure 16 : Dôme à 10 kHz

La valeur de la constante est déterminée par l'écriture de l'équation en un point singulier où le champ magnétique est connu :

- le sommet du dôme, sur l'axe, où $B = 0$
- ou bien le point de contact entre le dôme et le creuset, que l'on suppose fixe

Le processus itératif consiste à se donner une forme de dôme initiale, à y calculer les densités de courant (on est toujours en situation de "fine peau") et le champ magnétique.

La constante est alors calculée, suivie des nouvelles positions des points de la surface. Un facteur d'amortissement ε permet de limiter les problèmes de divergence :

$$z_i(M) = \frac{1}{g} \left(cte_i - \frac{B_i^2(M)}{2\mu\rho} \right)$$

$$z_i(M) = (1 - \varepsilon) z_{i+1}(M) + \varepsilon z_i(M)$$

avec les notations de la figure 13, à l'itération i .

Un test interdit les formations de creux (figure 14), qui sont parfois prédits, à cause des risques accrus de divergence. Cette restriction est basée sur l'observation expérimentale.

La nouvelle surface libre est alors lissée par une fonction Spline et les points sont redistribués de façon à être répartis de manière uniforme.

A partir de cette nouvelle géométrie, les courants induits et le champ magnétique sont recalculés. La matrice nécessaire pour le calcul des courants induits dépend uniquement de la géométrie : les termes où ni le créateur ni le récepteur n'est un point de la surface libre ne sont pas modifiés lors des itérations. Ils sont calculés et stockés une fois pour toutes lors de la première itération. Le nombre de calculs est donc considérablement réduit. Cette simplification est utilisée également pour la méthode de minimisation de l'énergie.

Les figures 15 et 16 montrent la forme de la surface libre prédite par le logiciel avec un inducteur 10 spires, respectivement à 3 et à 10 kHz. L'augmentation de la fréquence s'accompagne d'une augmentation de la largeur du dôme.

Ce résultat retrouvé expérimentalement n'a cependant qu'une valeur qualitative. En particulier, les hauteurs d'équilibre des dômes sont très mal prédites, à cause de l'absence d'une contrainte de conservation de volume: pour que la déformation soit possible, le modèle a besoin de l'existence d'un point fixe, choisi au contact dôme-creuset. Ceci impose une première contrainte, et interdit d'en ajouter une deuxième.

Le modèle se trouve pour l'instant dans un état embryonnaire et demande à être modifié pour présenter un intérêt réel en ce qui concerne la prédiction des surfaces d'équilibre. Il a néanmoins le mérite d'exister, et de pouvoir servir de point de départ à un travail plus complet.

FREE BOUNDARY PROBLEMS IN ELECTROMAGNETIC LEVITATION MELTING AND CONTINUOUS CASTING

A. GAGNOUD - I. LECLERCQ
MADYLAM - B.P. 95, 38402. SAINT-MARTIN D'HERE CEDEX, FRANCE

ABSTRACT

Two applications of the melting in cold crucibles are presented : continuous casting and levitation melting (1). These processes are typical examples of involved coupled phenomena (2). A free boundary problem is to be solved to determine the equilibrium shape of molten metal with respect to the electrical and geometrical parameters of the system. Magnetic field distribution is calculated by using a boundary integral method. The free surface can be deduced from a global analysis, based on the minimization of the total energy of the system. The derivation with respect to the domain leads to a rapid convergence towards the solution.

INTRODUCTION

In melting process using cold crucible a free boundary problem is to be solved to determine the equilibrium shape of the liquid metal. A non linear coupling arises through boundary conditions which have to be expressed along the unknown free surface.

A coil generates an alternating magnetic field which weakly diffuses in the electroconducting materials to be melted. Within the skin depth the interaction between induced currents and magnetic field results in two main effects :

- A pressure effect, related to magnetic field distribution along the free surface. The local balance between magnetic pressure, surface tension pressure, gravity and hydrodynamical pressure imposes the shape of the free surface. However, the skin being very small, the geometry of the liquid volume determines the magnetic field configuration and consequently the local intensity of magnetic pressure, introducing a first coupling.

- A stirring effect of the liquid : even if the skin depth is very thin, electromagnetic forces have a rotational part related to the variation of magnetic pressure along the boundary. The resulting source of vorticity generates in the liquid turbulent recirculating flows. The liquid metal is placed in a high frequency magnetic field B . Some eddy current densities J appear in a small electromagnetic skin depth δ , $\delta = (2/\mu\sigma\omega)^{1/2}$, where σ is the conductivity, μ the magnetic permeability of the material and ω the pulsation of magnetic field. Interaction between induced currents and magnetic field creates a distribution of forces $F(F = j \times B)$ in the skin depth. The relative intensity between the irrotational part F_i and the rotational part F_r of these forces is a function of the pulsation :

$$|F_r| / |F_i| \sim (R\omega)^{1/2} = (\mu\sigma\omega a^2)^{1/2} \sim a/\delta \quad (1)$$

where a is the characteristic length of the domain occupied by the liquid metal. We are in the case of high frequency so rotational force is quite small in comparison to the irrotational force. The velocity field and the equilibrium condition of the free surface can be separated. The non uniform hydrodynamical pressure can be neglected in the balance between surface forces.

We suggest a model in order to determine the free surface of the liquid volume of a metal melted in cold crucible. The liquid volume is axisymmetric. The supply frequency is large (~ 100 kHz) so skin depth δ is very small compared to length scale.

NUMERICAL METHOD

The volume of liquid metal is noted Ω and its surface $\partial\Omega$ (fig. 1). The method used to determine the shape of the free surface is based on the minimization

of the total energy of the system. This energy $\phi(\Omega)$ is written :

$$\phi(\Omega) = - \int_{\mathbb{R}^3} B^2/2\mu \, dV + \int_{\Omega} \rho g z \, dV + \int_{\partial\Omega} \gamma \, dS \quad (2)$$

where :

- B is the effective local value of the magnetic field
- ρ is the density of the charge,
- g is the gravitational acceleration,
- z is the height of the current point,
- γ is the surface tension

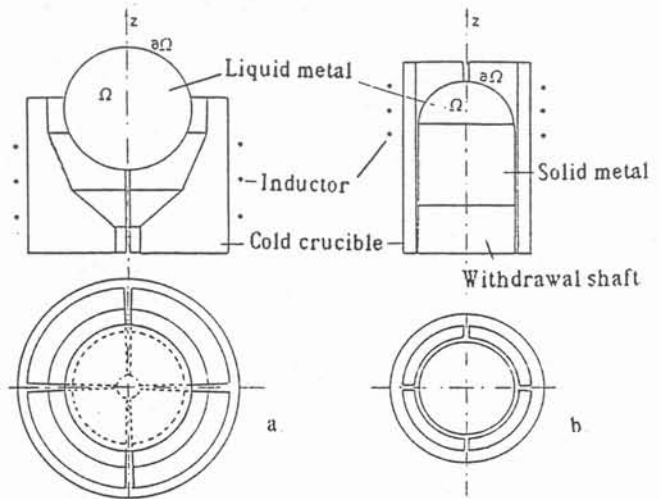


Figure 1 : Geometry of installation

a. Levitation device in cold crucible

b. Continuous casting device in cold crucible

The minimization of the energy functional leads to consider the derivative of the energy with respect to the domain.

Derivation with respect to the domain

Sero-Guillaume (1983) (3), (4), (5) established the derivative of the total energy of a domain Ω with respect to this domain. We consider the identity application I from \mathbb{R}^3 to \mathbb{R}^3 . θ is a field of small displacements which keeps the volume constant. For a domain Ω_0 we note $\phi(\theta)$ the expression of ϕ which corresponds to the new domain Ω . the transformation of Ω_0 by the displacement θ .

$$\Omega = (I + \theta)\Omega_0 \quad ; \quad \bar{\phi}(\theta) = \phi(\Omega) \quad (3)$$

The derivative of ϕ with respect to the domain in Ω_0 applied to a displacement \mathcal{C} which keeps the volume is defined by :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \Omega}(\Omega_0) \cdot \mathcal{C} = \left. \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \right|_{\theta=0} \cdot \mathcal{C} \quad (4)$$

The model

When $\delta = 0$, for a given displacement \mathcal{C} of the free surface the derivative of the energy is :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \Omega}(\Omega) \cdot \vec{c} = \int_{\partial \Omega} \langle (B^2/2\mu + \rho g \vec{g} + \gamma C) \cdot \vec{n}, \vec{c} \rangle dS \quad (5)$$

where \vec{n} is the outward normal to the domain Ω , C the local curvature of $\partial \Omega$, \vec{c} the vector field corresponding to the displacement \vec{c} and $\langle \vec{X}, \vec{Y} \rangle$ denotes the scalar product of two vectors \vec{X} and \vec{Y} .

In order to take into account the conservation of the volume we define a new functional of energy $F(\Omega)$:

$$F(\Omega) = \phi(\Omega) + \lambda V(\Omega) \quad (6)$$

where λ is a Lagrange multiplier determined by :

$$\frac{\partial V(\Omega)}{\partial \Omega} \cdot \vec{c} = \int_{\partial \Omega} \langle \vec{c}, \vec{n} \rangle dS = 0 \quad (7)$$

Starting from an initial configuration Ω_0 , after k variations of the shape the domain Ω_k is limited by the boundary $\partial \Omega_k$. The domain Ω_{k+1} is obtained by the displacement \vec{c}_{k+1} chosen in the direction of the most important decreasing slope of $F(\Omega)$.

$$\partial \Omega_{k+1} = \partial \Omega_k + \vec{c}_{k+1} \quad (8)$$

with :

$$\vec{c}_{k+1}(x) = -\epsilon (B^2/2\mu + \rho g \vec{g} + \gamma C + \lambda) \vec{n}_k \quad (9)$$

where :

- x is a point of the surface $\partial \Omega_k$
- \vec{n}_k is the external normal at the point x of the boundary $\partial \Omega_k$
- z is the vertical coordinate of the point x , C is the curvature of the point x .
- ϵ is a positive parameter which will be fitted to obtain an important decreasing of $F(\Omega)$.

We have :

$$\frac{\partial F(\Omega_k)}{\partial \Omega} \cdot \vec{c}_{k+1} < 0 \quad (10)$$

The energy of the system will be decreased by this displacement. The new shape thus obtained allows an iterative calculation.

At each step, curvature, magnetic field and total energy have to be calculated. To express curvature we use Spleen functions. When skin depth of the domain is very thin and not null the magnetic energy is determined by the following relation :

$$\phi_m(\Omega) = - \int_{\mathbb{R}^3} B^2/2\mu dV = - \int \langle A, J \rangle / 2 dV \quad (11)$$

where :

- \overline{X}^t is the time average of X
- A is the vector potential
- J is the current density

Electromagnetic model

Typically (fig. 1) these installations are constituted by :

- * a segmented cooper crucible cooled by an internal flow of water,
- * a cooper wire inductor,
- * a metallic charge

Since the crucible is segmented, the magnetic field inside is not axisymetric, but has a periodicity in the azimuthal direction. We achieved a model taking into account the three dimensional geometry of a cold crucible (6).

Magnetic field varies periodically with time according to the frequency imposed by the generator. Usually frequency is high so the skin depth of each conductor is very small. The discretization is limited to the surface of all conducting parts of the melting device :

- axisymetric parts like charge or inductor coil are discretized in ring elements
- the cold crucible is periodic in azimuthal direction so we discretize only one finger, an example of mesh of a sector is showed on the figure 2

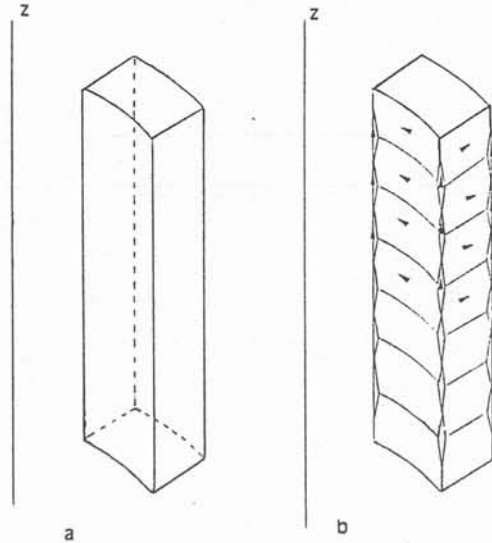


Figure 2 : Mesh of the cold crucible

- a. one sector of a cylindrical cold crucible
- b. mesh of the surface of the sector

For each element k of the mesh we can define the complex vector $\underline{J}(k)e^{i\omega t}$ associated to the current density J_k which goes through this element, and the complex number $\Delta U(k)e^{i\omega t}$ associated to the electrical potential difference ΔU_k which appears at the boundaries of this element ($i^2 = -1$, and t is the temporal coordinate). For each point in the internal part of the conductor complex current density varies like : $\underline{J}(k)e^{-(1+i)\sqrt{\omega\mu\sigma}z/2}e^{i\omega t}$ where $\underline{J}(k)e^{i\omega t}$ is the value at the surface

We write generalised Ohm's law (12) for each elementary current density of the mesh and Kirchhoff's laws of the electrical circuits.

$$J = -\sigma \text{grad } V - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} \quad (12)$$

where :

V is the electrical potential.

These equations constitute a linear system. The code leads to current densities, magnetic field and vector potential can be deduced by Biot and Savart's law.

RESULTS

On figure 3 we can see two results obtained in a levitation device in cold crucible. When inducting current increases the position of gravity center is raised :

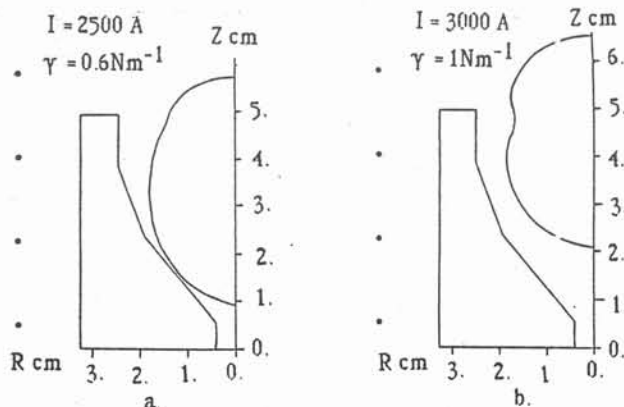


Figure 3 : Generatrix of equilibrium shape of molten metal levitated in a cold crucible constituted by four sectors, for different values of inducting current and surface tension. For the charge $\rho = 10^4 \text{ kg/m}^3$, $\sigma = 5 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}$. The frequency is 30 kHz.

- a. Shape obtained after 5 deformations
- b. Shape obtained after 11 deformations.

The shape of the charge looks almost like a sphere. This result is very different from the one obtained in conical levitation inductor. We have not the local effect of the wires of the inductor. Because of these results we think that more important charges can be levitated with cold crucibles than with conical inductors. But to complete this analysis it is important to study the stability.

On the figure 4 we obtain the shape of liquid metal in a continuous casting device in cold crucible. The dome shape is in good agreement with the experiments when we take the experimental solidification front. So to complete this modelization we must bind this code to a temperature calculation code which determines the position of pool profile.

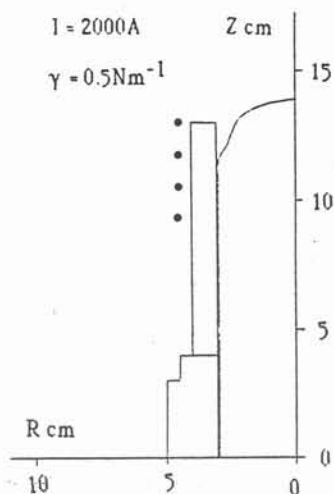


Figure 4 : Generatrix of equilibrium shape of the molten metal in cylindrical crucible constituted by heigh sectors obtained after seven deformations. Frequency is 12,5 kHz. The characteristics of the charge are $\rho = 10^4 \text{ kg/m}^3$, $\sigma = 5 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}$.

CONCLUSION

The determination of the shape of the free surface by this model offers some important advantages:

- * this method uses the derivative with respect to the domain and is consequently quickly converging
- * the electromagnetic model is perfectly adapted for the resolution of the free surface problem because of its discretization limited to the surface of the conducting parts and its fast resolution.

With this method we obtain the free surface of the liquid metal in electromagnetic levitation melting and continuous casting. It takes into account the effects of gravity, surface tension and electromagnetic stresses when electromagnetic skin depth is small. This model can solve a lot of problems met in metallurgical processes like electromagnetic shaping of liquid metals, cold crucible levitation...

With this model it is possible to quantify the influence of the main parameters. With the real shape it is now possible to predict the flow and the temperature field.

REFERENCES

- (1) T.F. CISZEK : "Some applications of cold crucible technology for silicon photovoltaic material preparation", *J. Electroch. Soc.*, vol. 132, pp. 963-968, 1985
- (2) D. DELAGE, J.N. BARBIER, Y.R. FAUTRELLE : "Modelling of magnetic field, pool profiles, temperature field in cold crucible induction melting", *Proceedings of the 4th In. Cong. on Mathematical Modelling*, Zurich, 1983.
- (3) O. SERO-GUILLAUME : "Sur l'équilibre des ferrofluides et des métaux liquides", *Thèse de Docteur d'Etat*, Nancy, 1983.
- (4) J.P. BRANCHER, O. SERO-GUILLAUME : "Sur l'équilibre des liquides magnétiques, application à la magnéto-statique", *J.M.T.A.*, vol. 2, n° 2, pp. 265-283, 1983.
- (5) J.P. BRANCHER, J. ETAY, O. SERO-GUILLAUME : "Formage d'une lame métallique liquide, calculs et expérience", *J.M.T.A.*, vol. 2, pp. 977-989, 1983.
- (6) A. GAGNOUD : "Modélisation des installations de fusion en creuset froid pour l'élaboration en continue ou la lévitation", *Thèse*, Grenoble, 1986.

CHAPITRE II
EXPLOITATION
DU
LOGICIEL

I/ Dimensionnement de l'installation pilote $\phi 100$

Introduction

A partir de l'expérience acquise sur une installation de fusion en creuset froid de 60 mm de diamètre ("installation $\phi 60$ "), un prototype pré-industriel de 100 mm de diamètre ("installation $\phi 100$ ") a été extrapolé, et mis au point grâce au logiciel.

L'élaboration de lingots est envisagée aussi bien à partir de billettes, dans le but d'améliorer leurs propriétés métallurgiques, que de copeaux. La solution intermédiaire consistant à fondre des billettes de copeaux grossièrement compactés est également envisageable.

La fusion de billettes est possible sur une gamme étendue de fréquence, avec un maximum de rendement à partir de 3 kHz, valeur de la fréquence pour laquelle le paramètre d'écran $R\omega$ vaut 200 pour l'aluminium liquide [12].

Pour les copeaux, par contre, le critère de rendement électrique n'est pas suffisant : un brassage énergétique du volume liquide est indispensable pour faciliter l'absorption des copeaux, aussi est-il préférable de travailler à une fréquence telle que le paramètre d'écran $R\omega$ soit plutôt proche de 90, valeur qui correspond au maximum de puissance mécanique [13]. Pour l'aluminium, la fréquence optimale de brassage se situe autour de 1 kHz pour un diamètre de 100 mm.

Il est par ailleurs important de se placer dans les conditions optimales de fonctionnement du générateur. Celles-ci sont remplies lorsque la résistance équivalente R de l'installation est égale à l'impédance caractéristique Z_c du générateur (cf chapitre I paragraphe I-2). Celle-ci est définie par :

$$Z_c = \frac{U_n^2}{P_n}$$

U_n et P_n étant respectivement la tension et la puissance nominale de fonctionnement.

Les deux générateurs à notre disposition, qui permettent de couvrir une gamme de fréquence étendue, de 600 Hz à 30 kHz, ont des caractéristiques différentes, aussi l'étude doit-elle être faite pour chacun d'eux :

- l'onduleur CFEI Saphymo Stel, de puissance nominale 200 kW, de tension nominale 600 V, de fréquence variant entre 600 Hz et 3 kHz. Son impédance caractéristique vaut en théorie 1.8Ω . Cependant, le coffret de condensateurs à notre disposition, de capacité maximale égale à 450 μF , est composé de condensateurs ne supportant pas des tensions supérieures à 450 V. L'impédance caractéristique utilisée pour les calculs d'adaptation d'impédance est donc calculée à partir d'une tension de fonctionnement de 450 V et vaut dans ce cas 1Ω .

- le générateur apériodique Célès, de puissance nominale 100 kW, de tension nominale 800 V, disposant de 2 gammes de fréquences : 5-30 kHz et 30-400 kHz. Avec le coffret de 60 μF à notre disposition, nous n'utilisons que la gamme moyenne fréquence. L'impédance caractéristique est égale à 6.4 Ω .

Les caractéristiques de la géométrie du creuset froid sont imposées, ou choisies en fonction de considérations techniques : le diamètre est imposé, l'épaisseur est déterminée par le débit d'eau nécessaire au refroidissement désiré. L'expérience en $\phi 60$ incite à utiliser, pour des raisons de sécurité, un creuset de hauteur égale à environ une fois et demi le diamètre du lingot à fondre.

Les paramètres sur lesquels il est possible de jouer sont la résistivité du creuset, le nombre et la largeur des fentes.

Le choix de la géométrie de l'inducteur est, par contre, beaucoup plus libre : il est possible d'agir aussi bien sur le rayon que sur la hauteur, le nombre de spires et la position de l'inducteur par rapport au creuset. Seul le matériau, le cuivre, est imposé à cause de son excellente conductivité électrique. Les calculs de détermination de l'inducteur $\phi 100$ sont effectués avec un creuset 16 secteurs en cuivre, de 14 cm de hauteur. Le lingot, constitué d'une zone froide de résistivité électrique 2.6 $\mu\Omega \cdot \text{cm}$ et d'une zone chaude de résistivité 20 $\mu\Omega \cdot \text{cm}$, le remplit à moitié (figure 17).

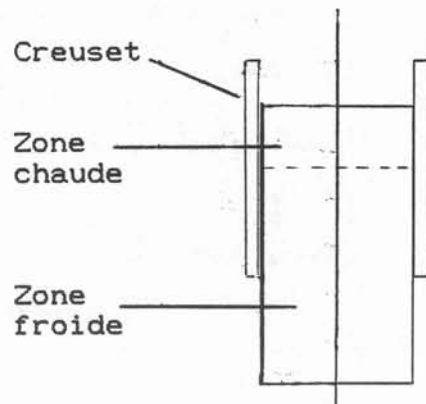


Figure 17

A cause des caractéristiques différentes des deux générateurs, il est nécessaire de faire deux études pour l'inducteur.

I-1/ Détermination des valeurs de résistance et d'inductance parasites

Le logiciel donne les grandeurs électriques des configurations modélisées, mais dans la pratique, les valeurs de ces dernières sont toujours majorées à cause de pertes supplémentaires dans les condensateurs et les amenées de courant. Ces termes parasites, de l'ordre du milli-Ohm peuvent être négligés lorsque les valeurs totales sont élevées, mais doivent être prises en compte lorsqu'elles sont inférieures à la dizaine de milli-Ohm et de micro-Henri, ce qui est le cas ici.

La valeur des résistances des condensateurs est donnée à fréquence nominale par le constructeur, et varie avec la fréquence en suivant une loi de la forme :

$$R = R_0 \frac{\sqrt{f}}{\sqrt{f_0}}$$

La résistance des amenées de courant et les inductances sont calculées de façon approximative.

Les valeurs prédites par le logiciel, auxquelles sont ajoutés ces termes supplémentaires, sont alors proches des valeurs mesurées, et peuvent être utilisées pour les problèmes d'adaptation d'impédance.

I-1.1/ Part des condensateurs

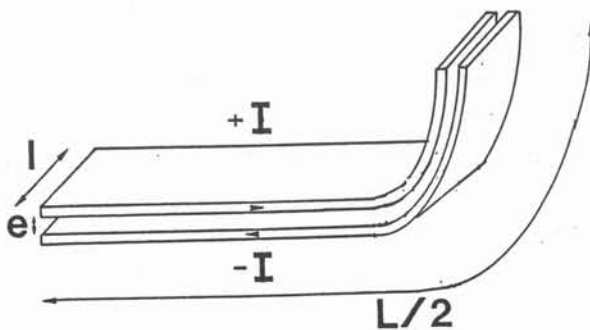
Ces derniers sont le siège de pertes essentiellement résistives. Des pertes inductives apparaissent dans les connexions, mais elles ne sont pas calculables simplement.

Le coffret basse fréquence est constitué de 5 condensateurs de 90 μF , chacun ayant une résistance d'environ 10 $\text{m}\Omega$ à 3 kHz. Le seul montage utilisé est celui comportant toutes les capacités, montées en parallèle, ce qui donne une résistance totale de 2 $\text{m}\Omega$.

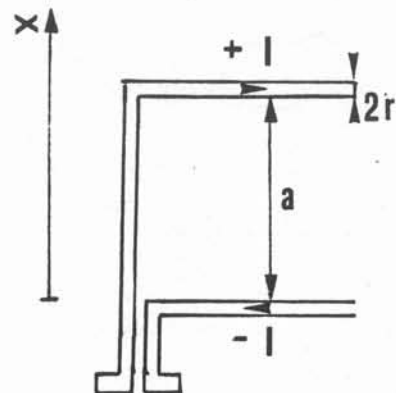
Le coffret moyenne fréquence est constitué de 6 capacités de 10 μF chacune, de résistance égale à 5.5 $\text{m}\Omega$ chacune à 10 kHz. En fonction de la capacité totale choisie (10 à 60 μF par un montage en parallèle), la résistance varie de 5.5 à 0.9 $\text{m}\Omega$.

I-1.2/ Part des amenées de courant

Les amenées de courant sont formées de deux parties, l'une fixe à l'extérieur de l'enceinte, l'autre dont la géométrie exacte dépend de l'inducteur, mais dont la part peut être estimée en prenant une forme moyenne (figure 18).



Amenées extérieures



Amenées intérieures

Figure 18

Les amenées extérieures sont formées de 2 plaques parallèles de cuivre, d'épaisseur égale à 2 mm, de longueur $L/2 = 45$ cm, distantes en moyenne de $e = 5$ mm, et de largeur $l = 4.5$ cm de large.

Les amenées intérieures moyennes sont constituées d'un tube de diamètre extérieur $2r = 10$ mm, d'épaisseur 1 mm, de longueur 35 cm environ.

Les amenées sont le siège de pertes résistives, données par :

$$R = \frac{\rho L}{\delta l}$$

où ρ représente la résistivité du matériau des amenées, ici du cuivre, L la longueur (aller-retour) des amenées, l leur largeur ou le périmètre des tube (pour les amenées intérieures) et δ l'épaisseur de peau dans le cuivre à la fréquence de fonctionnement. Si la fréquence est telle que l'épaisseur de peau soit plus grande que l'épaisseur de cuivre, c'est alors cette dernière qui intervient dans l'expression à la place de l'épaisseur de peau.

Les valeurs des résistances des amenées de courant et des condensateurs à diverses fréquences sont présentées dans le tableau de la figure 19.

	f kHz	3	8	10	15	18
Capacité 10 μ F			4.9	5.5	6.7	7.4
Capacité 20 μ F			2.5	2.8	3.4	3.7
Capacité 30 μ F			1.6	&.8	2.2	2.4
Capacité 40 μ F			1.2	1.4	1.7	1.9
Capacité 50 μ F			1.0	1.1	1.3	1.5
Capacité 60 μ F			0.8	0.9	1.1	1.2
Capacité 450 μ F	2					
Amenées ext.	0.3	0.5	0.6	0.7	0.8	
Amenées int.	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	

Figure 19 : Résistances des amenées de courant et des condensateurs à différentes fréquences en $m\Omega$.

La self-inductance des amenées de courant extérieures L_e se calcule par la formule de Nagaoka :

$$L_e = \frac{\mu_0 S}{1}$$

où S est la section de passage du champ ($S = e \cdot L/2$, L étant défini ci-dessus). La valeur de L_e est tout à fait négligeable, $0.03 \mu H$.

Pour les amenées de courant intérieures, seule la part créée par les deux parties horizontales parallèles est prise en compte. Le champ B en tout point situé entre les deux amenées est la somme du champ B_1 créé par l'amenée supérieure et du champ B_2 créé par l'amenée inférieure.

$$B_1(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi(a+2r-x)}$$

$$B_2(x) = -\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$B(x) = B_1(x) - B_2(x)$$

Après intégration sur la distance a entre les tubes, on obtient la valeur du flux ϕ , en fonction du courant I qui traverse l'inducteur :

$$\phi = \int_r^{a+r} B(x) dx = \frac{\mu_0 I}{\pi} \text{Log}\left(\frac{a+r}{r}\right)$$

L'inductance L_i s'en déduit en divisant le flux par l'intensité du courant, et vaut $1.3 \mu H$ avec les valeurs $r = 5 \text{ mm}$ et $a = 15 \text{ cm}$.

Une mesure par décrétement logarithmique (cf annexe 1) avec un inducteur d'inductance connue (calculée par la formule de Nagaoka) montre que la part d'inductance des connexions à l'intérieur du coffret vaut environ $0.5 \mu H$, et que la valeur moyenne d'inductance parasite à prendre, amenées de courant comprises, est d'environ $2 \mu H$, aussi bien pour un coffret que pour l'autre.

II-2/ Choix des inducteurs en basse fréquence

Les premiers inducteurs envisagés, composés respectivement de 4 et 6 spires (figures 20 et 21), sont des inducteurs dont la hauteur est proche du diamètre de la charge, centrés par rapport au creuset (expérimentalement, cette configuration donne de meilleurs rendements en $\phi 60$). Leur diamètre est à peine supérieur à celui du creuset, de façon à avoir le meilleur couplage possible.

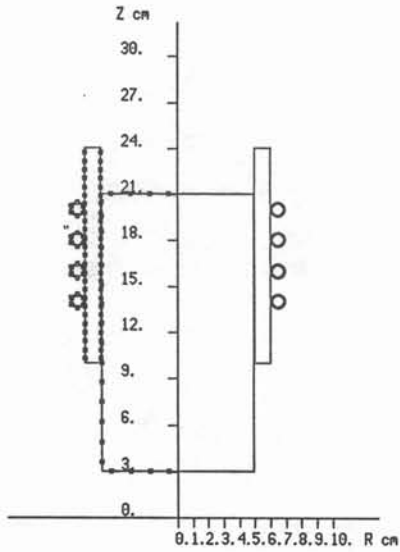


Figure 20 : Inducteur 4 spires

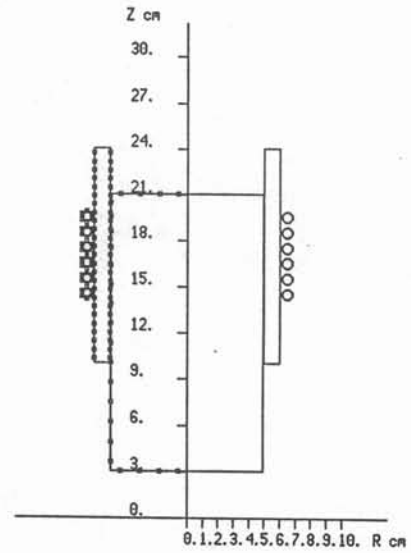


Figure 21 : Inducteur 6 spires

Inducteur	R_t $m\Omega$	L_t mH	rdmt alu %	C mF	L/RC Ω
4 spires	9.7	2.4	18.8	1170	0.21
6 spires	15.8	3.0	20.4	940	0.2

Figure 22 : Grandeurs électriques corrigées pour les inducteurs 4 et 6 spires à 3 kHz.

La capacité nécessaire pour fonctionner à la fréquence imposée pour le calcul est obtenue par la relation exprimant la condition de résonance :

$$L C \omega^2 = 1$$

L et C étant respectivement l'inductance totale ramenée au primaire et la capacité du coffret.

Le tableau de la figure 22 donne les grandeurs électriques (corrigées) et l'impédance équivalente pour les deux inducteurs envisagés à 3 kHz.

Dans les deux cas, les valeurs de C sont beaucoup plus élevées que celles dont nous disposons et il est nécessaire d'utiliser un transformateur, de rapport 1.6 (4 spires) ou 1.4 (6 spires), entre le coffret et l'inducteur. La valeur de l'impédance équivalente étant très différente de la résistance caractéristique, un transformateur "amont" entre le générateur et le coffret de capacités est également indispensable.

Les délais pour obtenir ces deux transformateurs coûteux sont assez longs, aussi des configurations intermédiaires sont proposées, pour lesquelles la baisse de rendement est compensée par une valeur d'inductance suffisante pour fonctionner à 3 kHz avec une capacité de 450 μF .

D'après la formule de Nagaoka, l'expression de la self-inductance d'une bobine comportant N spires, de hauteur h et de rayon r est :

$$L = \frac{\mu_0 \pi N^2 r^2}{h(1 + 0.88 r/h)}$$

Aussi pour élever la valeur de L, est-il intéressant d'augmenter le nombre de spires et le rayon, sans trop modifier la hauteur.

Une solution consiste à utiliser des bobines multi-couches, qui vérifient bien ces conditions et permettent de concentrer le chauffage sur une hauteur réduite. Un inducteur mono-couche haut est également envisagé, essentiellement pour les refusions de billettes qu'il commence à chauffer avant qu'elles ne pénétrant dans le creuset. De plus, le rendement est meilleur qu'avec les multi-couches, pour lesquels les pertes, à nombre de spires identique, sont augmentées à cause de l'effet de proximité.

Dans les trois cas envisagés, l'inducteur est également écarté du creuset, pour augmenter l'inductance.

Les valeurs des résistances et inductances des inducteurs étudiés (figures 23, 24 et 25) sont présentées dans le tableau de la figure 26, la part des amenées de courant et des condensateurs ayant été prise en compte.

Dans les deux premiers cas, l'adaptation est assez bonne. Pour l'inducteur triple couche, par contre, elle est insuffisante : pour augmenter la résistance équivalente, une solution consiste à augmenter la valeur de C, ce qui est possible. En choisissant la valeur maximale de 450 μF , la nouvelle fréquence de résonance peut être calculée (l'inductance n'est pas influencée par la fréquence), ce qui

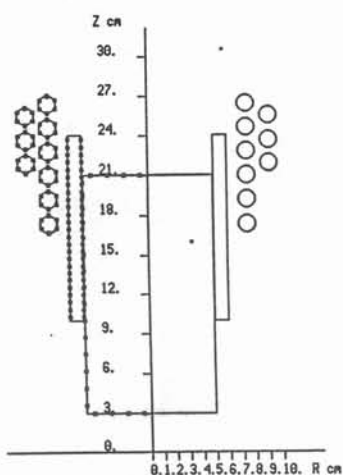


Figure 23 :
Inducteur 9 spires

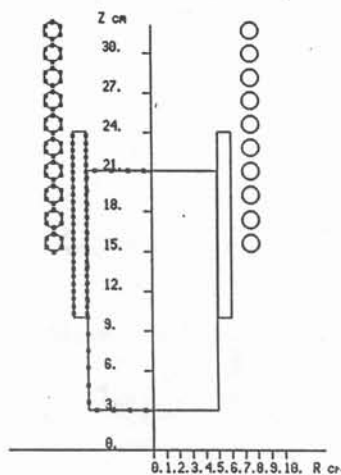


Figure 24 :
Inducteur 10 spires

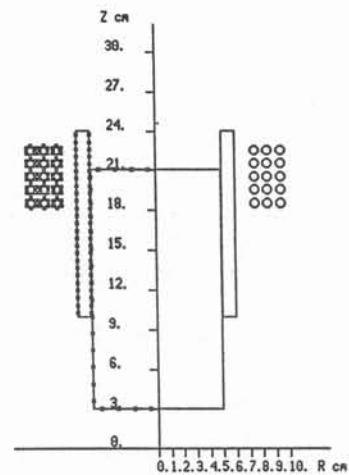


Figure 25 :
Inducteur 15 spires

Inducteur	f kHz	Lt μ H	rdmt alu	Rt m Ω	C μ F	L/RC Ω
9 spires	3.0	8	17	25.8	350	0.88
10 spires	3.0	7	18	19.2	400	0.91
15 spires	3.0	27	10	93.6	100	2.9
15 spires	1.4	27		65.0	450	0.92

Figure 26 : Grandeurs électriques corrigées
pour les inducteurs 9, 10 et 15 spires à 3 et 1.4 kHz

donne une valeur de 1.3 kHz. La résistance est alors déterminée grâce à une loi approximative en \sqrt{f} :

$$R(f) = \frac{\sqrt{f}}{\sqrt{f_0}} R(f_0)$$

L'effet de ces inducteurs sur la forme du dôme sera sans doute différent à cause de leurs géométries très dissemblables, le brassage le plus efficace étant a priori obtenu avec l'inducteur 15 spires.

II-3/ Choix des inducteurs en moyenne fréquence

Les moyennes fréquences sont trop élevées pour qu'un brassage efficace soit créé dans le bain liquide, aussi la fusion avec alimentation par copeaux n'est-elle pas envisagée pour l'instant en moyenne fréquence.

Il devient alors très intéressant d'utiliser des inducteurs à nombre de spires assez élevé, qui permettent le chauffage préliminaire des billettes d'alimentation. D'autre part, des essais de fusion, en statique, d'un lingot placé sur une sole à l'intérieur du creuset sont prévus. Il est préférable dans ce cas d'utiliser un inducteur dont la hauteur est au moins égale à celle du lingot à fondre.

L'adaptation pose pour cette étude un problème beaucoup moins crucial, dans la mesure où le coffret de capacités disponible et l'absence d'impératif de fréquence permettent une souplesse inexistante dans la configuration basse fréquence.

Dans tous les cas, le creuset est modélisé en "fine peau". L'inducteur est modélisé en "grande peau" pour les fréquences 8 et 10 kHz (respectivement 0.85 et 0.7 mm d'épaisseur de peau, modèle avec 2 mailles dans l'épaisseur).

Le premier inducteur envisagé est le 10 spires monocouche étudié précédemment. Sa self-inductance, environ 7 μH , est indépendante de la fréquence et permet de situer la gamme de fréquence que l'on peut balayer, avec le coffret de capacités 10-60 μF à notre disposition, entre 8 et 18 kHz.

Un inducteur 8 spires (figure 27), plus compact, est également envisagé. Il est plus proche des configurations optimales d'inducteurs, qui ne dépassent pas du creuset et dont la hauteur est du même ordre de grandeur que le diamètre de la charge.

Les tableaux de figures 28 et 29 donnent les rendements, les résistances et inductances totales avant et après prise en compte des amenées et capacités, et l'impédance équivalente, pour les inducteurs 10 et 8 spires pour plusieurs valeurs de la fréquence.

L'inducteur 8 spires est également étudié avec une charge de résistivité égale à 150 $\mu\Omega\cdot\text{cm}$, représentant un lingot de super-alliage base nickel. La fusion en statique de ce dernier est en effet envisagée, et la géométrie de l'inducteur 8 spires semble bien adaptée au résultat escompté. Les résultats sont présentés dans le tableau de la figure 30.

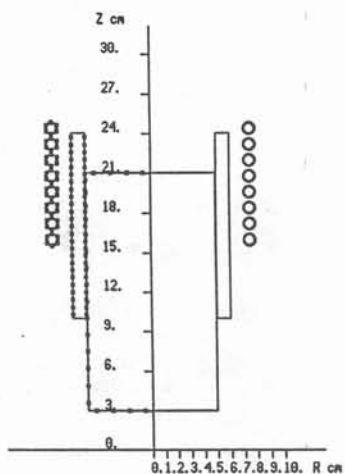


Figure 27 : Inducteur 8 spires

ind. 10 sp	8 kHz	10 kHz	15 kHz	18 kHz
rdmt alu %	26.3	26.4	25.6	25.3
R mΩ	23.4	26.9	36.1	41.5
L μH	5.0	5.0	4.9	4.9
Lcorr μH	7.0	7.0	6.9	6.9
C μF	55 --> 60	36 --> 40	16 --> 20	11 --> 10
Rcorr mΩ	25.0	29.2	40.6	50.1
L/RC Ω	4.7	5.6	8.5	13.8

Figure 28 : Grandeurs électriques corrigées
pour l'inducteur 10 spires à différentes fréquences

ind. 8 spires	8 kHz	10 kHz	15 kHz	18 kHz
rdmt alu %	30.2	30.5	30.3	30.3
R mΩ	26.0	29.5	38.9	44.2
L μH	4.0	4.0	3.9	3.9
Lcorr μH	6.0	6.0	6.0	6.0
C μF	60	42 --> 40	18 --> 20	13 --> 10
Rcorr mΩ	27.6	31.8	43.4	52.8
L/RC Ω	3.6	4.7	6.9	11.4

Figure 29 : Grandeurs électriques corrigées pour l'inducteur 8 spires à différentes fréquences (charge aluminium)

ind. 8 spires	8 kHz	10 kHz	15 kHz	18 kHz
rdmt nickel %	55.5	57.0	57.7	57.9
R mΩ	35.0	40.1	52.4	59.0
L μH	4.1	3.9	3.9	3.9
Lcorr μH	6.1	5.9	5.9	5.9
C μF	65	43 --> 40	19 --> 20	13 --> 10
Rcorr mΩ	36.6	42.4	56.9	70.0
L/RC Ω	2.6	3.5	5.2	8.4

Figure 30 : Grandeurs électriques corrigées pour l'inducteur 8 spires à différentes fréquences (charge super-alliage)

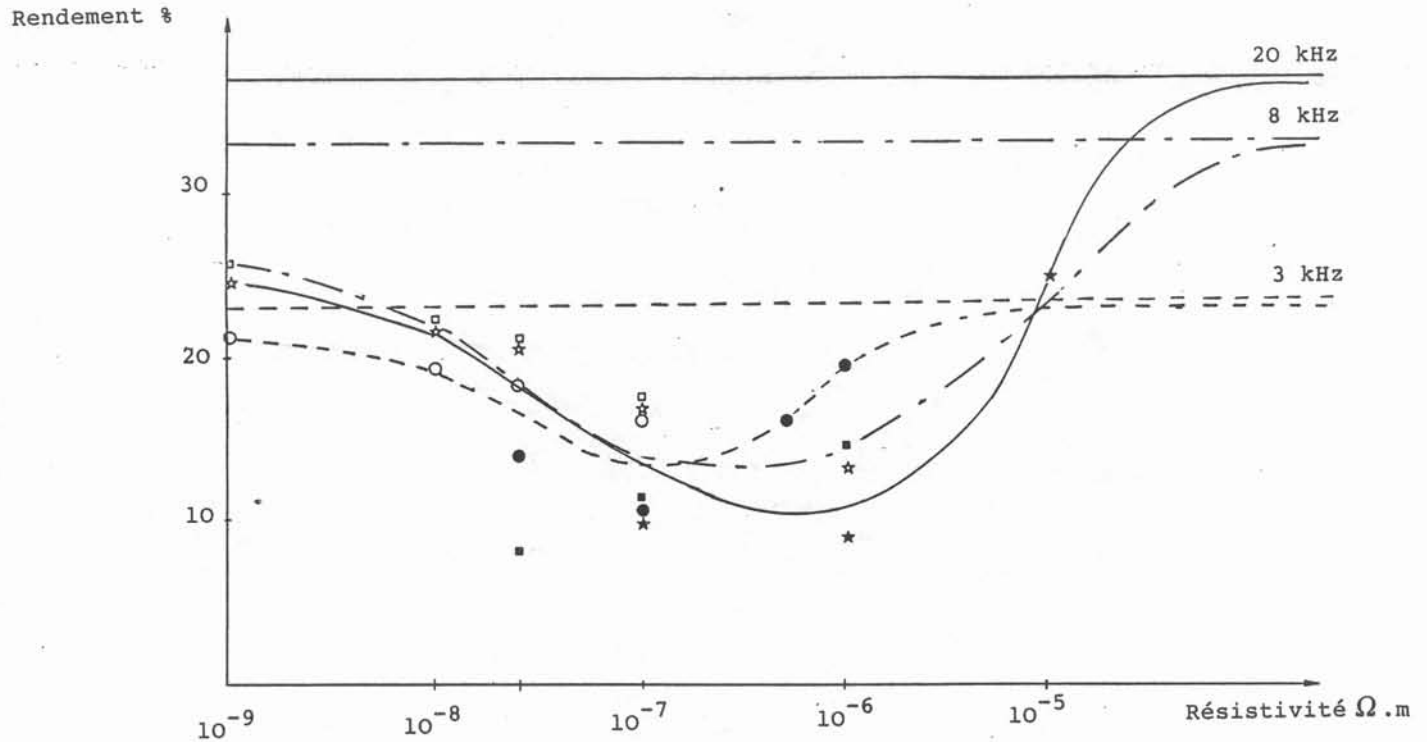


Figure 31 : Influence de la résistivité du creuset sur le rendement dans la charge.

+ - - - - - à 3 kHz
 + - - - - - à 8 kHz
 + - - - - - à 20 kHz

Les symboles noirs représentent des configurations où le creuset est modélisé en grande épaisseur de peau, les symboles blancs ceux où il est modélisé en fine épaisseur de peau.

Les quatre inducteurs modélisés sont construits : pour chacun, il existe une fréquence permettant une adaptation correcte, et leurs rendements sont du même ordre de grandeur. Par contre, leurs géométries très différentes ont sans doute un effet variable sur la forme de la surface libre et le brassage.

II-4/ Optimisation du creuset

L'étude de l'optimisation du creuset est faite dans la configuration commune aux deux générateurs, c'est-à-dire l'inducteur 10 spires.

Les résultats sont valables pour les autres inducteurs, car la configuration générale n'est pas modifiée.

II.4.1/ Résistivité

A cause de sa bonne conductibilité thermique (dont la conséquence est le refroidissement immédiat de la paroi interne du creuset par la circulation d'eau), et de ses facilités d'usinage, le cuivre est l'élément de prédilection pour le creuset. De plus, dans la plupart des cas, les pertes par effet Joule y sont limitées grâce à sa faible résistivité électrique, et le rendement dans la charge est presque optimal.

Cependant, à basse fréquence (3 kHz), la courbe de rendement dans une charge en aluminium, en fonction de la résistivité du creuset, présente un minimum pour le cuivre (résistivité égale à $2 \mu\Omega \cdot \text{cm}$) (figure 31). Ce minimum existe aux fréquences plus élevées, mais correspond à des métaux mauvais conducteurs de la chaleur, donc inutilisés dans la technique du creuset froid.

La présence de ce minimum s'explique simplement par l'existence de deux tendances opposées :

- quand la résistivité décroît, la résistance, et donc les pertes, diminue également. On se rapproche du cas du creuset parfait, supra-conducteur, qui transmet toute la puissance sans perte.
- par contre, lorsque la résistivité augmente, le creuset froid finit par ne plus jouer aucun rôle électromagnétique, il sert uniquement de conteneur, transparent au champ, donc n'est le siège d'aucune perte de puissance (l'asymptote correspond à la configuration sans creuset).

Entre ces deux extrêmes, le creuset transmet la puissance en en consommant une partie, donc il existe un minimum de rendement. Au dessus de 10 kHz, le cuivre, s'il n'est pas optimal (l'argent permet d'obtenir un meilleur rendement), est le matériau le mieux adapté au rôle du creuset froid. Par contre, à la fréquence de 3 kHz, et aux fréquences basses en général, le cuivre correspond à la zone de rendement minimal et l'acier inoxydable (résistivité de l'ordre de $100 \mu\Omega \cdot \text{cm}$) semble préférable. Néanmoins, les propriétés thermiques de ce dernier semblent insuffisantes pour procurer le refroidissement désiré, d'autant plus lorsque le métal à élaborer, comme l'aluminium, est excellent conducteur thermique.

Cette étude confirme la légitimité du choix du cuivre pour construire les creusets froids.

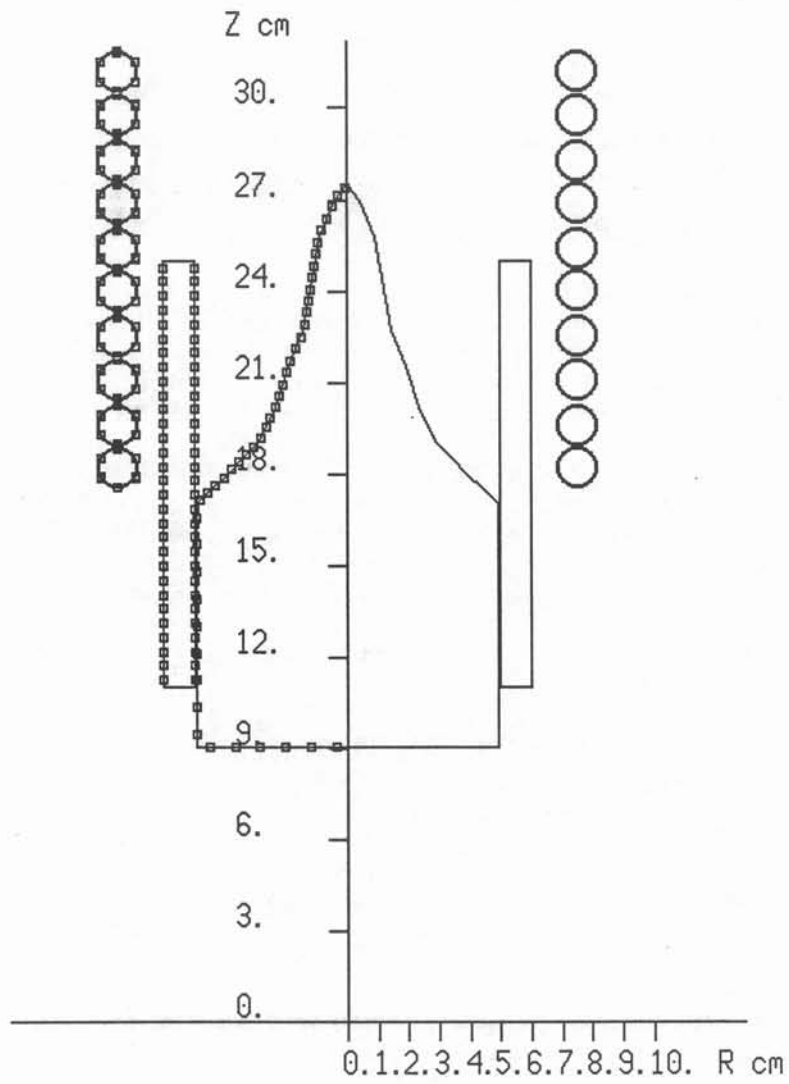


Figure 32 : Forme (mesurée)du dôme à 3 kHz

II-4.2/ Nombre et largeur des fentes

La configuration choisie pour étudier l'influence de ces paramètres est la forme observée lors d'essais de fusions (figure 32). Cette configuration a été choisie car, en premier lieu, il semblait intéressant d'étudier l'effet des fentes sur le champ magnétique à la surface libre afin de tenter d'expliquer le phénomène de striction (cf chapitre III, paragraphe II-7).

Ces 2 paramètres ont peu d'influence sur le rendement dans la charge, comme le montrent les tableaux suivants :

Nombre de fentes	8	16	24	32	64
Rendement en %	8.1	8.8	9.1	9.1	8.6

Figure 33 : Rendement dans l'aluminium en fonction du nombre de fentes

La variation du rendement en fonction du nombre de secteurs est assez faible. La configuration 8 secteurs est éliminée à cause de la dissymétrie des secteurs : il est souhaitable, pour que le refroidissement soit correct, que la largeur et l'épaisseur du secteur soit du même ordre de grandeur. Notre choix se porte pour l'instant sur un creuset 16 secteurs, nettement moins coûteux qu'un creuset 24 secteurs, alors que leurs performances sont analogues.

Epaisseur des fentes	0.2	0.5	1	1.3	1.7	2
Rendement en %	9.2	9.3	9.5	9.6	9.2	9.0

Figure 34 : Rendement dans l'aluminium en fonction de l'épaisseur des fentes (en mm)

Le rendement est également peu influencé par la taille des fentes. Il présente un léger optimum pour des fentes comprises entre 1 et 1.3 mm. La valeur exacte dans cette fourchette sera choisie en fonction de considérations techniques.

Par contre, l'influence de ces deux paramètres est sans doute très importante sur le champ à la surface du liquide (problèmes des strictions). Cependant, elle est impossible à mettre en évidence par le logiciel, avec les machines à notre disposition.

En effet, le calcul des courants induits est utilisé essentiellement pour la détermination des grandeurs globales, et une erreur locale n'a pas de grosses conséquences. Ainsi, les points singuliers parfois observés à la surface du lingot lors du tracé d'une carte de champ ne sont pas pris en compte car ils peuvent être imputés à une inadéquation du maillage : ils disparaissent si le découpage est modifié. Par contre, lorsque l'on s'intéresse aux valeurs du champ à la surface de la partie basse de dôme, le calcul doit être très précis.

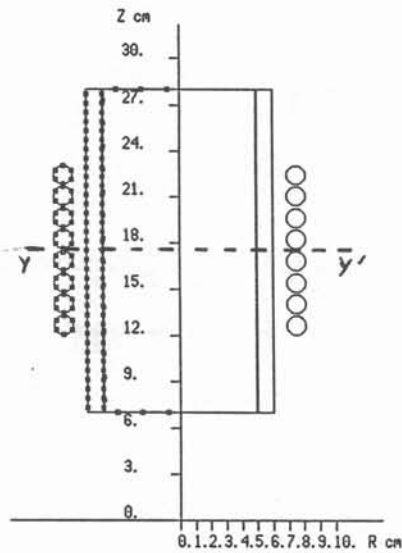


Figure 34 : Configuration de base sans sole ni lingotière

- inducteur 8 spires jointives de 12 mm de diamètre, de 11 cm de hauteur
- creuset de 21 cm de hauteur
- charge de 21 cm de hauteur

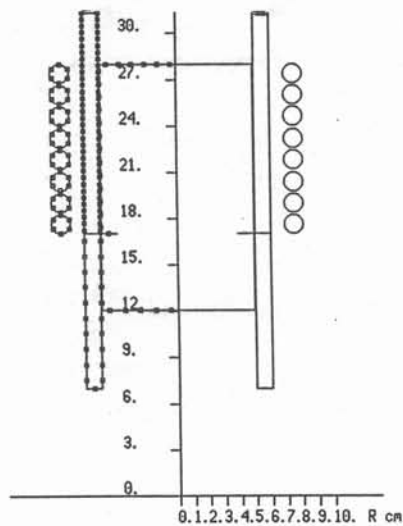


Figure 35 : Configuration avec sole et lingotière

- inducteur à ras de la jonction creuset-lingotière
- creuset de 17 cm de hauteur
- sole de 5 cm de hauteur à ras de la jonction creuset-lingotière
- lingotière de 10 cm de hauteur

Le champ dépend essentiellement de la valeur des densités de courant à la surface du creuset proche du point de calcul. Celle-ci doit être maillée suffisamment finement pour apparaître continue vue de la charge.

A une maille du creuset est associée, rappelons-le, en moyenne cinq inconnues, ce qui ferait, pour un creuset de 15 cm, découpé simplement en mailles de 1 mm, 750 inconnues. Or, 1 mm est une taille de maille encore trop grande, par rapport à la distance entre le creuset et la charge, qui est de cet ordre de grandeur.

Même si uniquement la zone proche du bas du dôme est maillée très finement, sur une hauteur de 3 à 5 cm, avec des mailles 0.1 ou 0.2 mm, le nombre d'inconnues est trop important pour la capacité des ordinateurs à notre disposition.

Il est donc impossible, avec les moyens actuellement à notre disposition, de déterminer l'influence des fentes sur le champ magnétique, et donc les forces, à la surface du métal liquide.

Cette étude, d'autant plus intéressante qu'elle permettrait d'expliquer un phénomène observé expérimentalement, pourrait être faite sur une machine de taille mémoire supérieure.

II/ Etude de l'influence de divers paramètres sur le rendement

Introduction

Une étude théorique sur l'influence de divers paramètres, électriques ou géométriques, sur le rendement électrique dans la charge, permet de déterminer quelques lois simples, à partir desquelles une installation peut être construite et facilement améliorée.

Une étude est ainsi effectuée dans l'optique de la fusion de super-alliage base nickel sur une sole refroidie, mais la plupart des résultats d'ordre généraux s'appliquent à d'autres configurations, pour des matériaux très divers.

La configuration de base pour l'étude est choisie proche de l'installation expérimentale, mais simplifiée. Le lingot, dont la résistivité électrique est prise dans le calcul égale à $150 \mu\Omega \cdot \text{cm}$, est posé sur une sole en cuivre refroidie.

Le but de l'étude est la détermination des conditions permettant la fusion du volume maximal de métal, c'est-à-dire les conditions de rendement maximum dans la charge, les pertes par conduction, convection et rayonnement étant supposées fixées une fois pour toutes. Cette hypothèse est en fait fautive, puisqu'en particulier, la température de la sole risque d'être très sensible à la position de l'inducteur et de modifier les pertes localement.

En premier lieu, seuls sont pris en compte l'inducteur, le creuset et la charge, et la configuration est la plus symétrique possible (figure 35). Les influences respectives de la fréquence et de la géométrie de l'inducteur et du creuset sont alors mises en évidence.

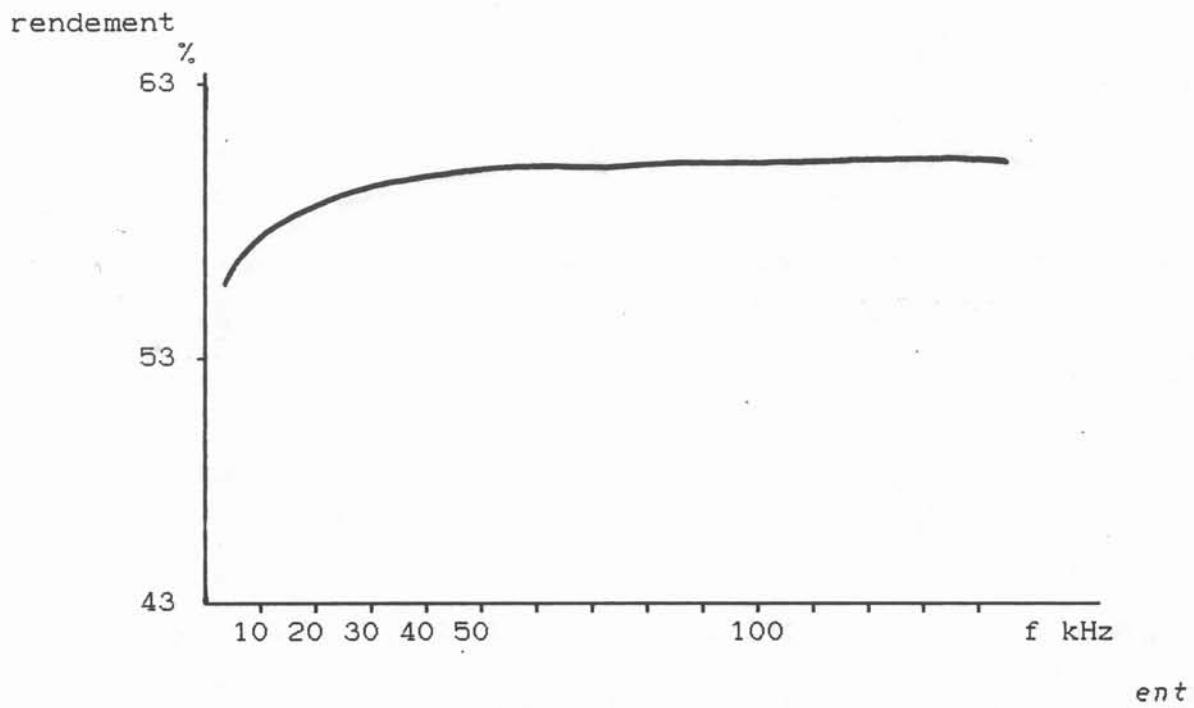


Figure 37 : Influence de la fréquence sur le rendement
(configuration 35)

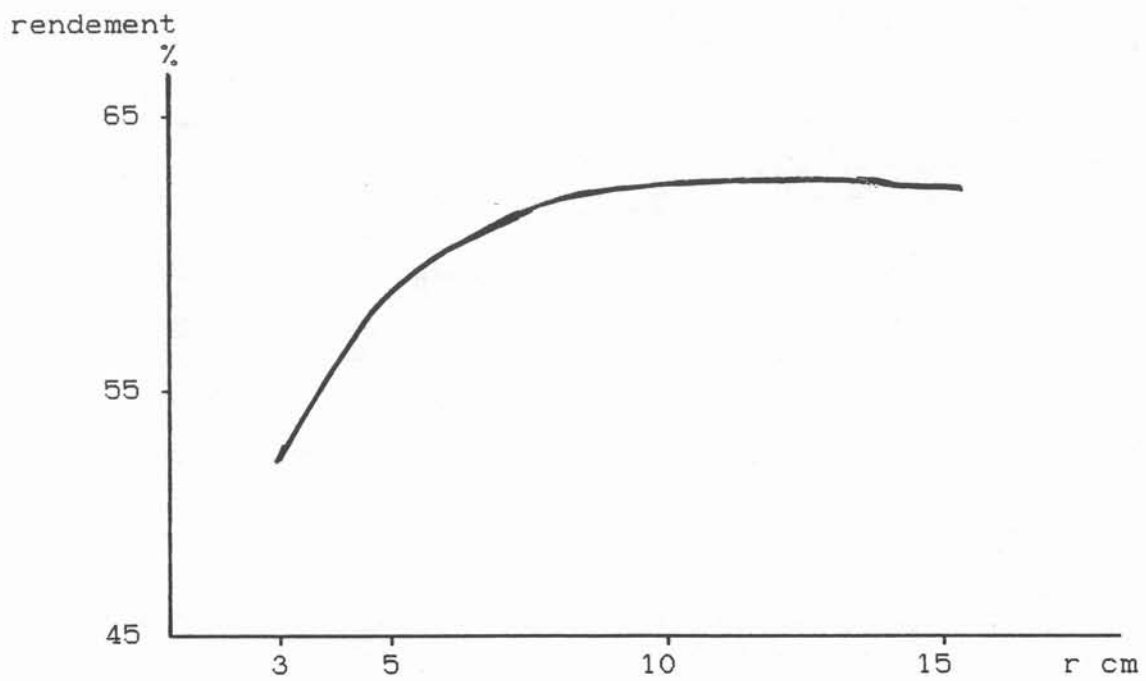


Figure 38 : Influence du rayon du creuset

Par contre, la détermination des conditions de fusion maximale dépend des positions respectives de la sole et du creuset par rapport à l'inducteur ; aussi la sole et la lingotière, qui délimite la fin de la partie sectorisée du creuset, sont-elles également prises en compte (figure 36).

II-1/ Influence de la fréquence (figure 37)

La courbe classique de croissance du rendement avec la fréquence, avec présence d'une asymptote pour les fréquences élevées [20], se retrouve ici.

Pour la valeur de résistivité choisie pour le métal, l'optimum de fonctionnement peut être considéré comme atteint à partir de 15 kHz, ce qui correspond au cas $R\omega = 200$ ($R/\delta = 10$).

Cette valeur n'est bien sûr pas un absolu, et en fait la gamme 10-30 kHz est tout à fait convenable. Pour des raisons d'adaptation, la fusion peut même se faire à des fréquences plus élevées, mais il faut noter que le brassage serait moindre : cela peut avoir de l'importance, notamment au niveau des propriétés métallurgiques.

La suite de l'étude est faite à 15 kHz.

II-2/ Influence du rayon du creuset (figure 38)

Dans cette étude, le rayon de la charge et de l'inducteur varient en même temps que celui du creuset, l'inducteur étant à 2 cm à l'extérieur du creuset et la charge à 5 mm à l'intérieur.

Cette étude est analogue à celle sur la fréquence, puisqu'on retrouve qu'à fréquence donnée, le rendement maximum est obtenu pour $R\omega = 200$ (calculé avec les paramètres associés à la charge).

II-3/ Influence de la longueur du lingot (figure 39)

Le rendement dans la charge est calculé pour des lingots de longueur croissante, symétriques par rapport à l'axe yy' .

Pour un inducteur de hauteur donnée, entourant un creuset qui le dépasse (raisons de sécurité), le rendement dans la charge atteint un maximum lorsque le lingot a la même hauteur que l'inducteur. Au-delà, le rendement est stationnaire, et subit même une légère diminution : en effet, le courant dans le creuset circule essentiellement dans la zone en regard de l'inducteur et de la charge. Quand la hauteur de l'un ou de l'autre augmente, les courants dans le creuset sont attirés vers les extrémités, au lieu d'être concentrés sur la hauteur à chauffer, et la résistance électrique du creuset augmente.

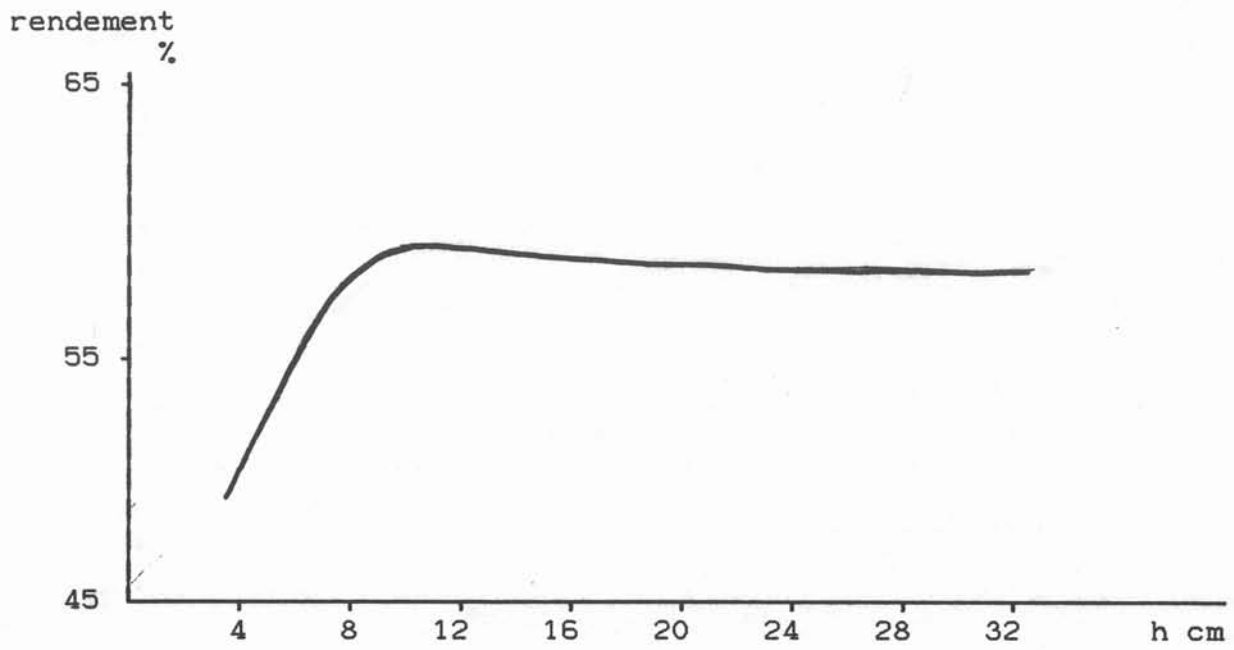


Figure 39 : Influence de la hauteur du lingot
(configuration symétrique par rapport à l'axe yy')

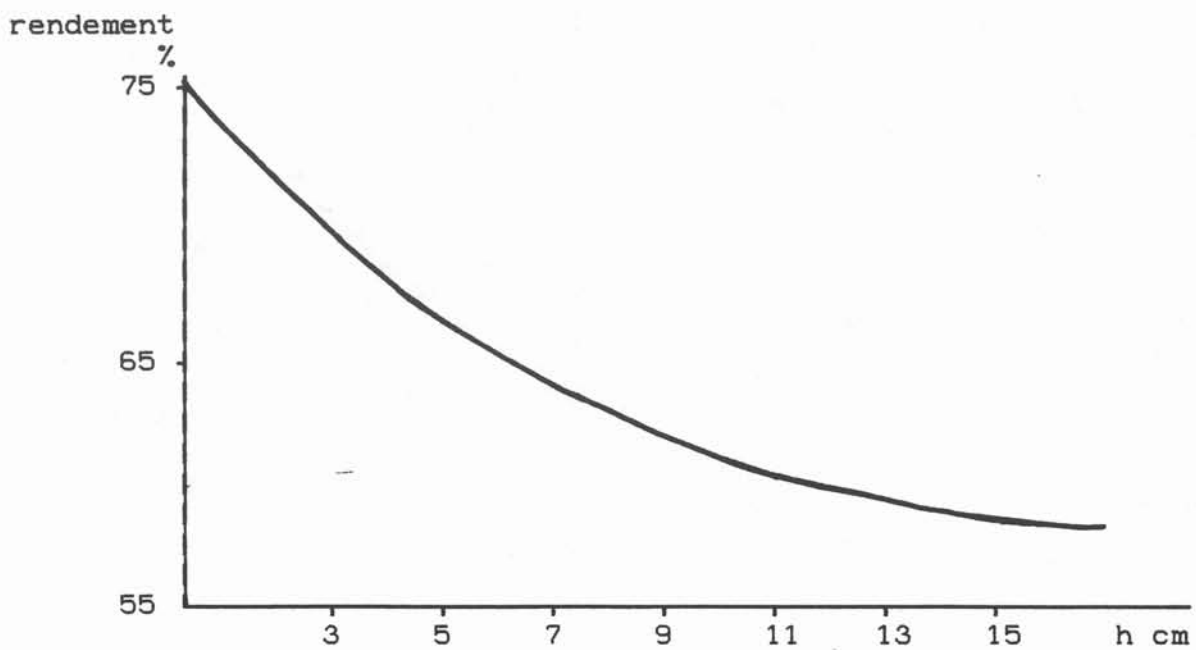


Figure 40 : Influence de la hauteur du creuset

II-4/ Influence de la présence et de la hauteur du creuset (figure 40)

Le cas sans creuset permet d'évaluer la perte qu'un creuset froid entraîne pour le rendement. Elle se situe dans une proportion raisonnable (environ 15%).

Si les tailles du lingot et de l'inducteur sont fixées, le rendement est d'autant meilleur que le creuset est bas.

Les critères de choix doivent prendre en compte le côté pratique de l'installation : la hauteur minimale est déterminée par la hauteur du lingot à fondre, à laquelle il est souhaitable d'ajouter 2 cm par sécurité. Il faut ensuite décider si une hauteur supplémentaire est nécessaire (pour limiter le rayonnement, par exemple). Deux solutions sont alors possibles :

- utiliser un anneau en matériau réfractaire, qui ne modifie absolument pas le rendement. Cette solution a été choisie pour la partie expérimentale.
- augmenter la hauteur du creuset, et diminuer un peu le rendement. Cette solution est préférable lorsque un dôme très haut se forme et risque d'entrer en contact avec le haut du creuset. Un réfractaire pourrait polluer le métal. De plus, pour les fusions avec tirage, le niveau, tant que l'installation n'est pas industrialisée et automatisée, est rarement constant, aussi est-il souhaitable d'avoir une plus grande marge de sécurité. Enfin, dans les cas d'alimentation par lingot, l'effet sur le rendement de la hauteur du creuset est inverse : le couplage sur la charge, constituée du lingot d'alimentation et du lingot élaboré, augmente avec la hauteur du creuset ou de l'inducteur.

II-5/ Influence de la hauteur et de la géométrie de l'inducteur (figures 41, 42, 43 et 44)

Pour cette étude, les géométries des configurations étudiées sont décrites dans l'annexe 2.

Lorsque la hauteur de l'inducteur et la section des spires est fixée, le rendement augmente avec le nombre de spires, et atteint son maximum lorsque les spires se touchent (figure 41).

Avec un inducteur à spires jointives, l'optimum est atteint lorsque charge et inducteur ont même hauteur, comme le montre l'étude du paragraphe II-3 (figure 42).

L'influence du diamètre des spires est étudiée pour un inducteur de hauteur donnée: si le nombre de spires augmente en même temps que leur diamètre diminue, de telle sorte qu'elles restent jointives, le rendement ne varie pas (courbe 43b). Par contre, si le nombre de spires est fixé, le rendement augmente en même temps que la section des spires, et il est maximum lorsqu'elles se touchent (courbe 43a).

La section des spires a très peu d'influence sur le rendement, pour un inducteur de hauteur donnée, comme le montre le tableau de la figure 44.

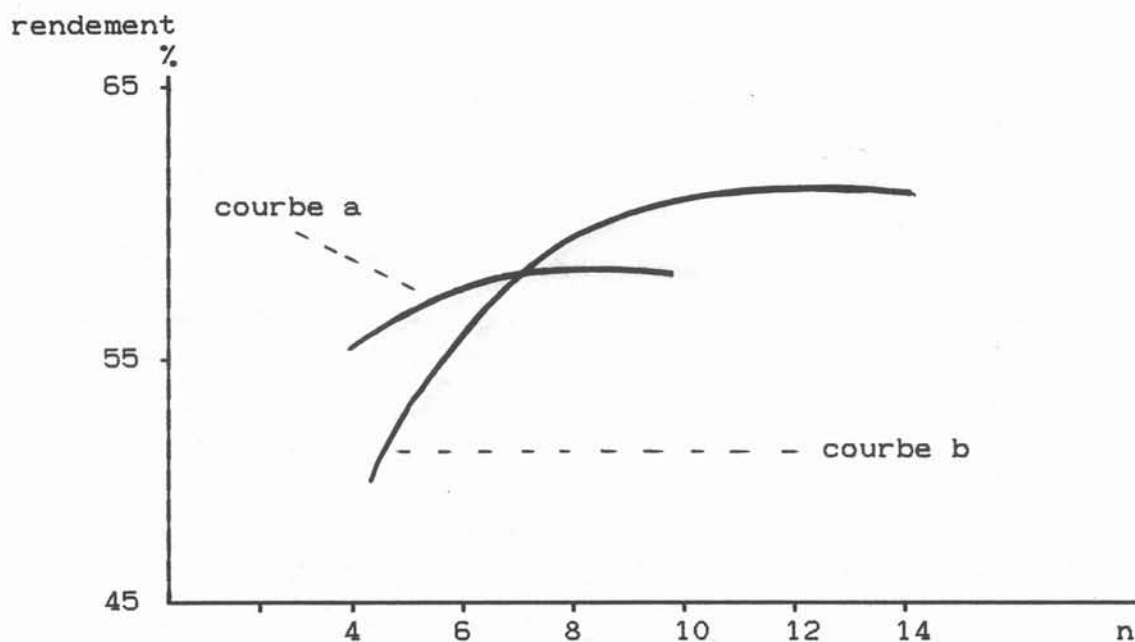


Figure 41 : Influence du nombre de spires pour un inducteur de hauteur donnée (diamètre des spires 12 mm), pour une charge et un creuset de 21 cm

- courbe a : H inducteur = 11 cm
- courbe b : H inducteur = 22 cm

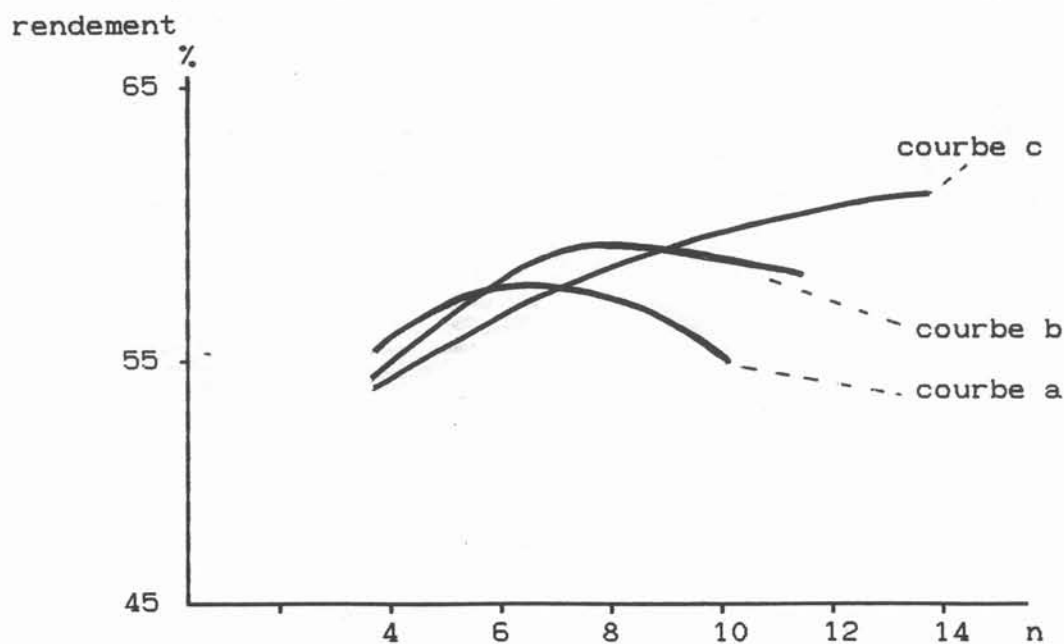


Figure 42 : Influence du nombre de spires (jointives) pour un creuset de 21 cm et 3 hauteurs de charge

- courbe a : H charge = 8 cm
- courbe b : H charge = 11 cm
- courbe c : H charge = 21 cm

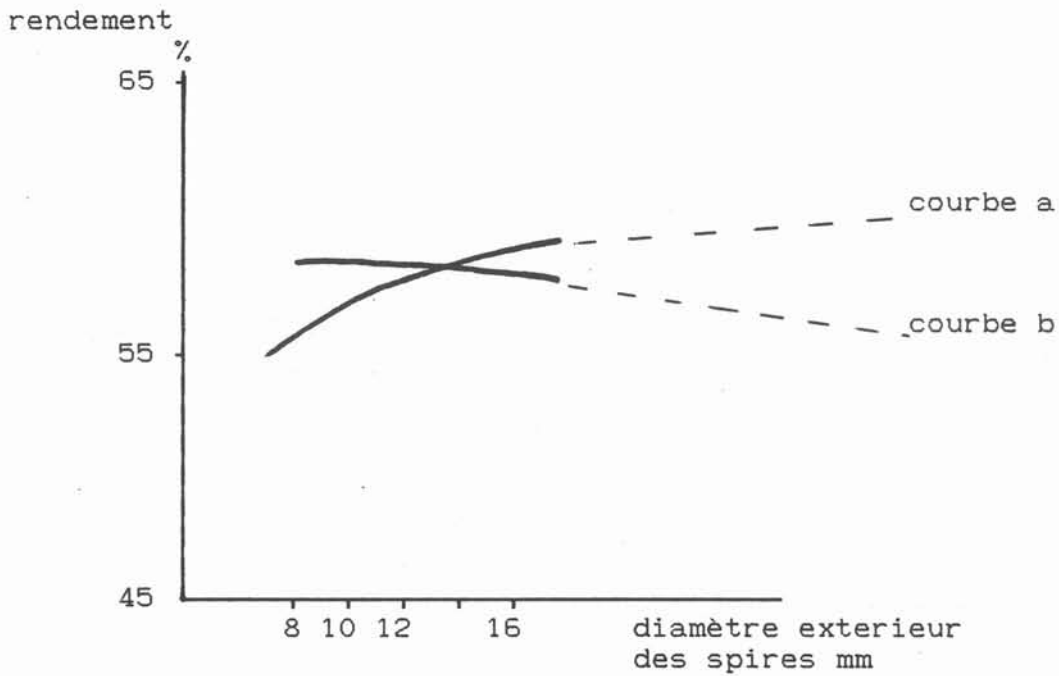


Figure 43 : Influence de la section des spires pour un creuset de 21 cm, une charge de 21 cm

- courbe a : inducteur 5 spires de 11 cm
- courbe b : inducteur à spires jointives de 11 cm

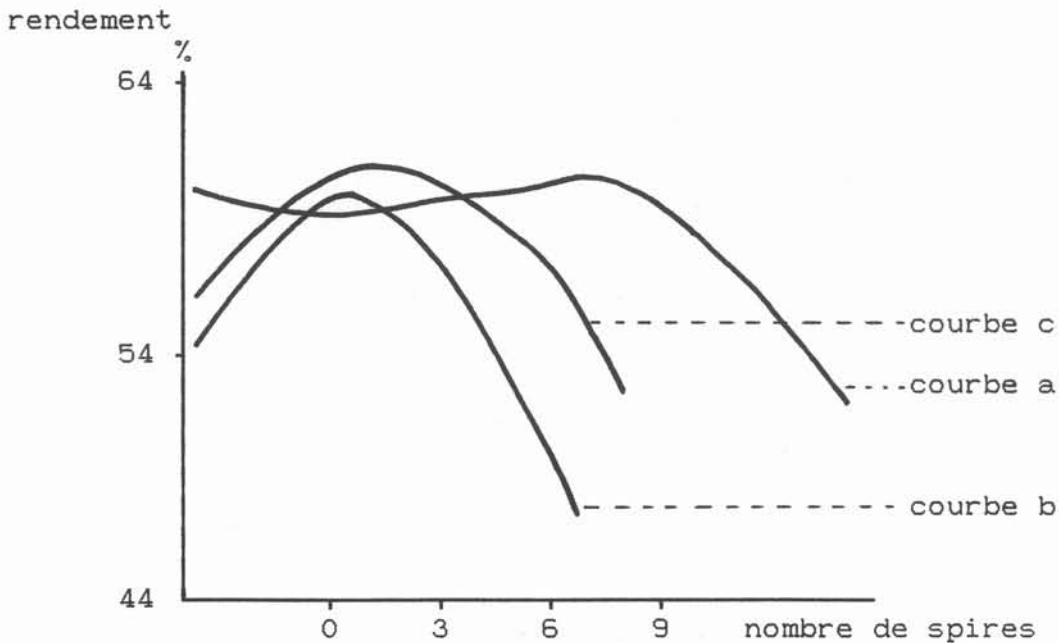


Figure 45 : Influence de la position de l'inducteur

- courbe a : pour un creuset et une charge de 21 cm
- courbe b : pour un creuset de 21 cm et une charge de 11 cm
- courbe c : pour un creuset de 16 cm dissymétrique et une charge de 11 cm

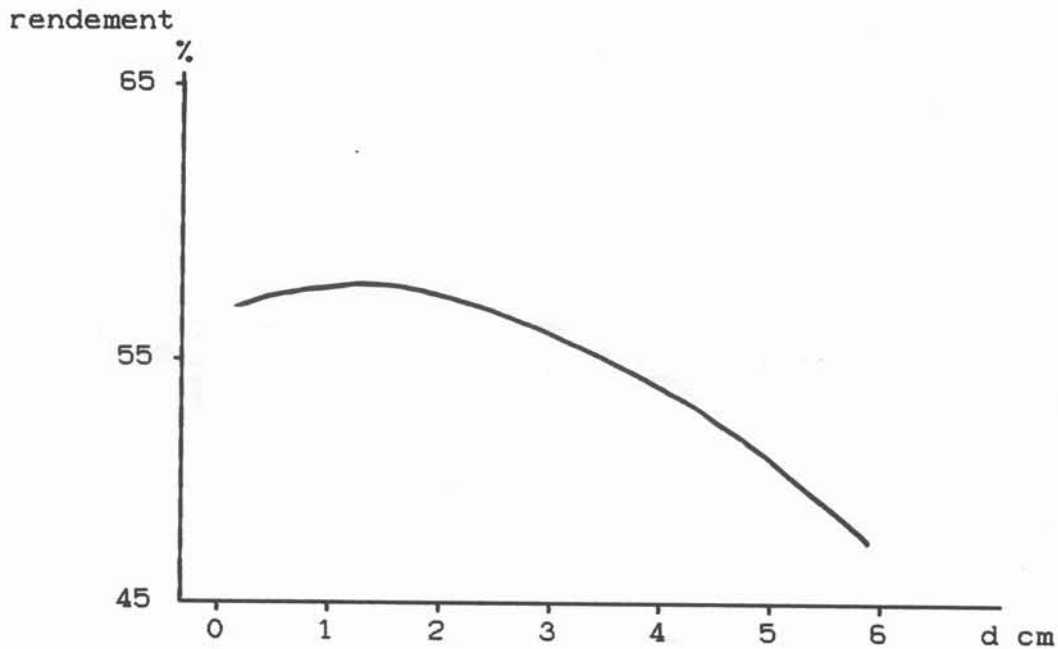


Figure 46 : Influence de la position de l'inducteur (configuration 36)

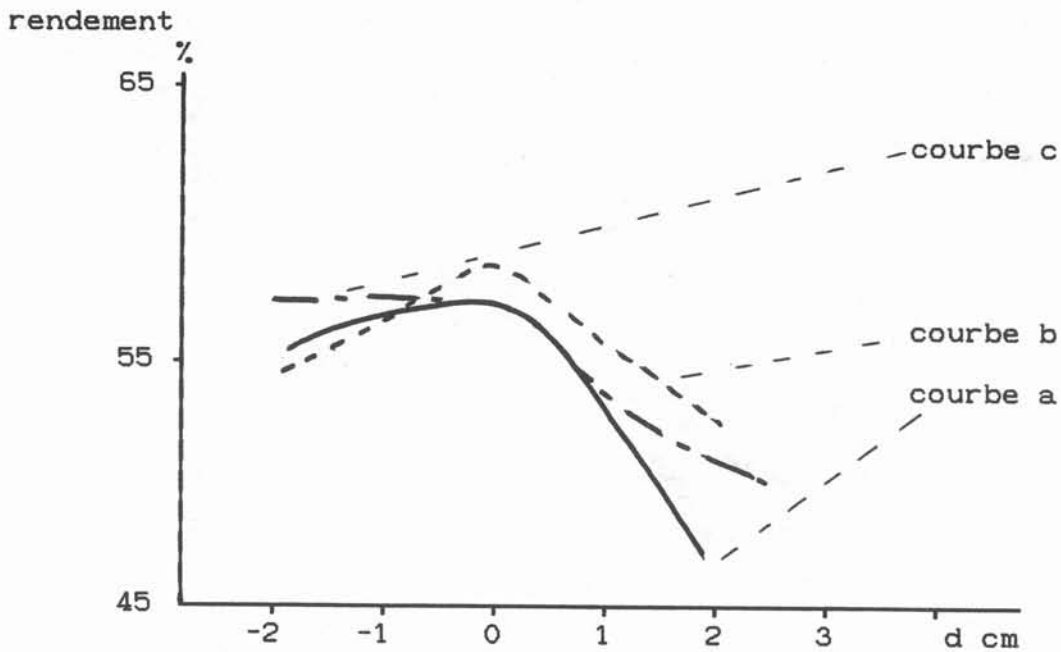


Figure 47 : Influence de la position de la sole, pour un creuset de 21 cm et un inducteur de 11 c

- courbe a : H charge = 11 cm et inducteur à ras la jonction creuset-lingotière
- courbe b : H charge = 11 cm et inducteur 1 cm au-dessus de la jonction creuset lingotière
- courbe c : sommet de la charge à hauteur fixe, et inducteur à ras de la jonction creuset-lingotière.

Inducteur	rendement %
8 spires rondes $\phi 12$ mm (cas de base)	59.1
8 spires rect. 8-12 mm	60.1
8 spires rect. 16-12 mm	60.3
8 spires carrées 12 mm	60.25
10 spires rect. 12-10 mm	60.2
6 spires rect. 12-16 mm	60.2

Figure 44 : Rendement en fonction de la section de l'inducteur

II-6/ Influence de la position de l'inducteur (figure 45)

Les géométries des configurations étudiées sont décrites dans l'annexe 2. La position de l'inducteur est mesurée en fonction du nombre de spires dont il a été déplacé par rapport à sa position initiale, qui correspond au cas $n = 0$.

L'effet est différent suivant la hauteur de la charge. Lorsque la charge remplit le creuset, il est rentable que l'inducteur dépasse du creuset, puisqu'il peut alors coupler directement sur le lingot (courbe a et c). Par contre, si le niveau est bas, cela ne présente plus d'intérêt, et le rendement est optimal lorsque l'inducteur est en face de la charge.

II-7/ Influence de la position sole-lingot (figures 46 et 47)

L'étude ci-dessus est utile pour le dimensionnement de l'installation. Celle-ci construite, il est important de déterminer la position optimale du lingot, donc de la sole de refroidissement, pour que le rendement soit maximal (rappelons que le but des essais est de fondre le volume le plus important possible).

La jonction sole-lingot étant à la même position que la jonction creuset-lingotière, la position optimale de l'inducteur est d'abord recherchée (figure 46). La distance d est de la distance entre la dernière spire de l'inducteur et la jonction creuset-lingotière.

La position optimale est telle que le bas de l'inducteur est un peu au-dessus des jonctions, limitant ainsi les pertes dans le sole et la lingotière, mais couplant suffisamment sur le lingot dont la hauteur est la même que celle de l'inducteur. La solution consistant à prendre un lingot un peu plus haut que l'inducteur, placés de telle sorte que leurs sommets soient à la même hauteur, est également intéressante.

Les géométries modélisées pour l'étude de l'influence de la position de la sole sont décrites dans l'annexe 2. La distance d est la distance entre le sommet de la sole et la jonction creuset-lingotière.

Pour un lingot de hauteur donnée, la position de la sole qui permet le meilleur rendement est à ras de la zone sectorisée du creuset, que l'inducteur soit en face de la charge ou légèrement surélevé. Quand la sole est plus basse, la lingotière écrante une partie du champ magnétique qui ne couple plus sur le bas du lingot. Quand elle est trop haute, les pertes dans la sole augmentent, et le rendement dans la charge diminue (figure 47).

Conclusion

Cette étude est valable pour n'importe quel matériau, à part l'étude sur la fréquence pour laquelle la résistivité du lingot a une grande importance. Elle est bien sûr encore incomplète, mais permet de dégager quelques renseignements :

- l'inducteur doit avoir des spires jointives, leur nombre (et par conséquent leur taille) étant déterminé en fonction des problèmes d'adaptation d'impédance au générateur. Le rendement est indépendant de la forme des spires.
- l'inducteur doit avoir environ la hauteur de la zone à chauffer, et être situé en face. Si le creuset est bas, l'étude théorique conseille l'utilisation d'un inducteur qui dépasse du creuset, mais l'étude expérimentale a mis en évidence que dans ce cas, le dôme liquide peut être "aspiré" vers le haut, ce qui peut être néfaste. Ce phénomène est surtout crucial à basse fréquence et pour les matériaux légers.
- la fréquence doit être choisie en fonction du matériau à fondre et de la taille du creuset de façon à avoir $R\omega = 200$ ($R/\delta = 10$), sauf si un brassage énergétique est nécessaire : auquel cas il vaut mieux se rapprocher de la configuration telle que $R\omega = 90$ ($R/\delta = 3$).

Dans le cas particulier de fusion en statique, il est intéressant que la sole refroidie soit à la même hauteur que la jonction creuset-lingotière, et que l'inducteur descende presque jusqu'au même point. Il est évident qu'en tirage de lingot, il est préférable que l'inducteur soit plus haut, de façon à ne pas chauffer la partie du lingot qui commence à se solidifier au contact de la lingotière.

D'autres paramètres pourraient bien sûr être étudiés, mais un cahier des charges plus précis est nécessaire avant d'aller plus loin.

D'autre part, et c'est capital, il faut rappeler que les optima donnés ici doivent être modulés en fonction des problèmes d'adaptation d'impédance au générateur utilisé. Pour les générateurs à notre disposition, l'impédance caractéristique varie de 1Ω à 6Ω (voire 10Ω pour la gamme haute fréquence du générateur Célès). Un écart de 30 % n'est pas catastrophique, par contre, un écart plus grand peut interdire le fonctionnement du générateur. De plus, il faut prendre en compte les parts des amenées de courants et des capacités.

CHAPITRE III
RESULTATS
EXPERIMENTAUX

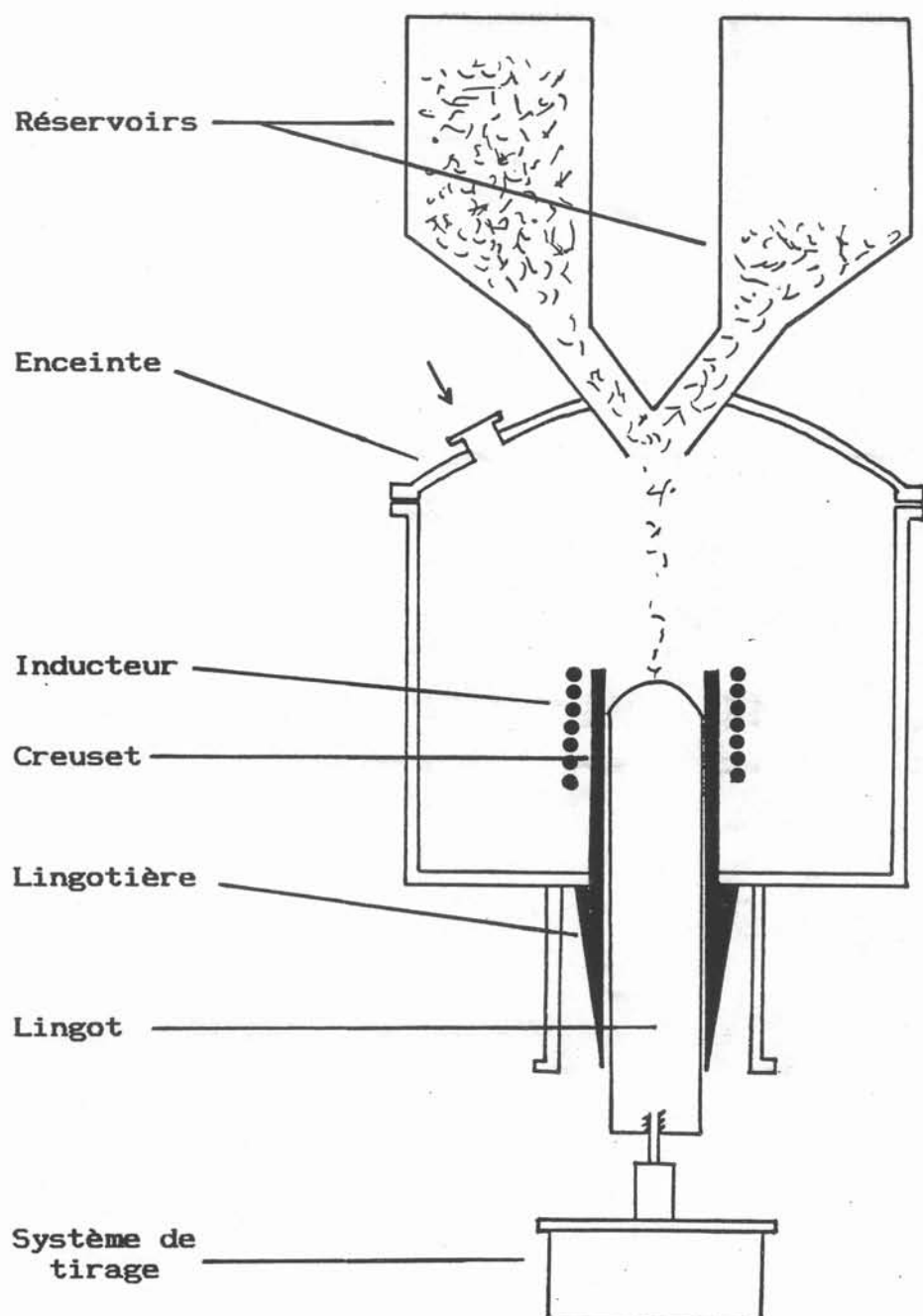


Figure 48 : Installation $\phi 100$

Introduction

Depuis quelques années, des lingots de matériaux divers ont été élaborés au laboratoire MADYLAM sur une installation de tirage en creuset froid de 60 mm de diamètre, l'"installation $\phi 60$ " ; titane, chrome, zirconium, alliages base nickel. Tous ces matériaux réactifs ont donné des résultats très prometteurs, que ce soit pour le recyclage des copeaux ou la mise en forme de lingots.

Une installation pilote de 100 mm de diamètre, l'"installation $\phi 100$ ", a été construite afin de déterminer, sur une taille plus proche des réalités industrielles, les divers domaines d'applications de cette technique, pour l'aluminium (contrat financé par le groupe PECHINEY), puis pour d'autres matériaux (alliages base nickel, titane, cuivre).

L'étude présentée dans ce chapitre porte sur les fusions d'aluminium et de super-alliage base nickel. Quelques lingots d'acier et de titane, d'aspect satisfaisant, ont été élaborés sans difficultés, mais n'ont pas fait l'objet d'analyses de notre part.

L'intérêt de ces essais réside dans la comparaison des comportements de métaux de propriétés physiques très différentes, dans des conditions analogues.

I/ Description des dispositifs expérimentaux

I-1/ Installation $\phi 100$

I-1.1/ Dispositif expérimental (figure 48, photos 1 et 2)

Le dispositif expérimental comporte :

- * un inducteur, en tube de cuivre, de diamètre intérieur égal à 15 cm. Le tableau de la figure 50 donne les caractéristiques des divers inducteurs utilisés.

- * un creuset composé de 16 secteurs de cuivre, séparés par des fentes d'environ 1 mm, remplies d'isolant (silastène), de diamètre intérieur égal à 100 mm et d'épaisseur égale à 1 cm. Les deux premiers creusets (cf annexe 3) sont munis d'une lingotière en cuivre, refroidie à l'air ou par une lame d'eau qui coule ensuite sur le lingot qu'elle refroidit également. Le troisième creuset (figure 49) est complété par une lingotière creuse, refroidie par une circulation d'eau. De plus, un jet d'argon peut être injecté entre le lingot et la lingotière à la sortie du creuset. Le tableau de la figure 51 donne les caractéristiques des creusets utilisés.

- * une enceinte en acier, refroidie, de 50 cm de diamètre et haute de 50 cm environ. Elle joue aussi bien un rôle de protection (risques de projections) que de confinement, puisque la fusion peut se faire à l'air, sous gaz (en général argon) ou sous vide. Elle est posée sur un socle en acier, refroidi en même temps que le creuset qu'il supporte. Deux couvercles sont adaptables en fonction du mode d'alimentation choisi :

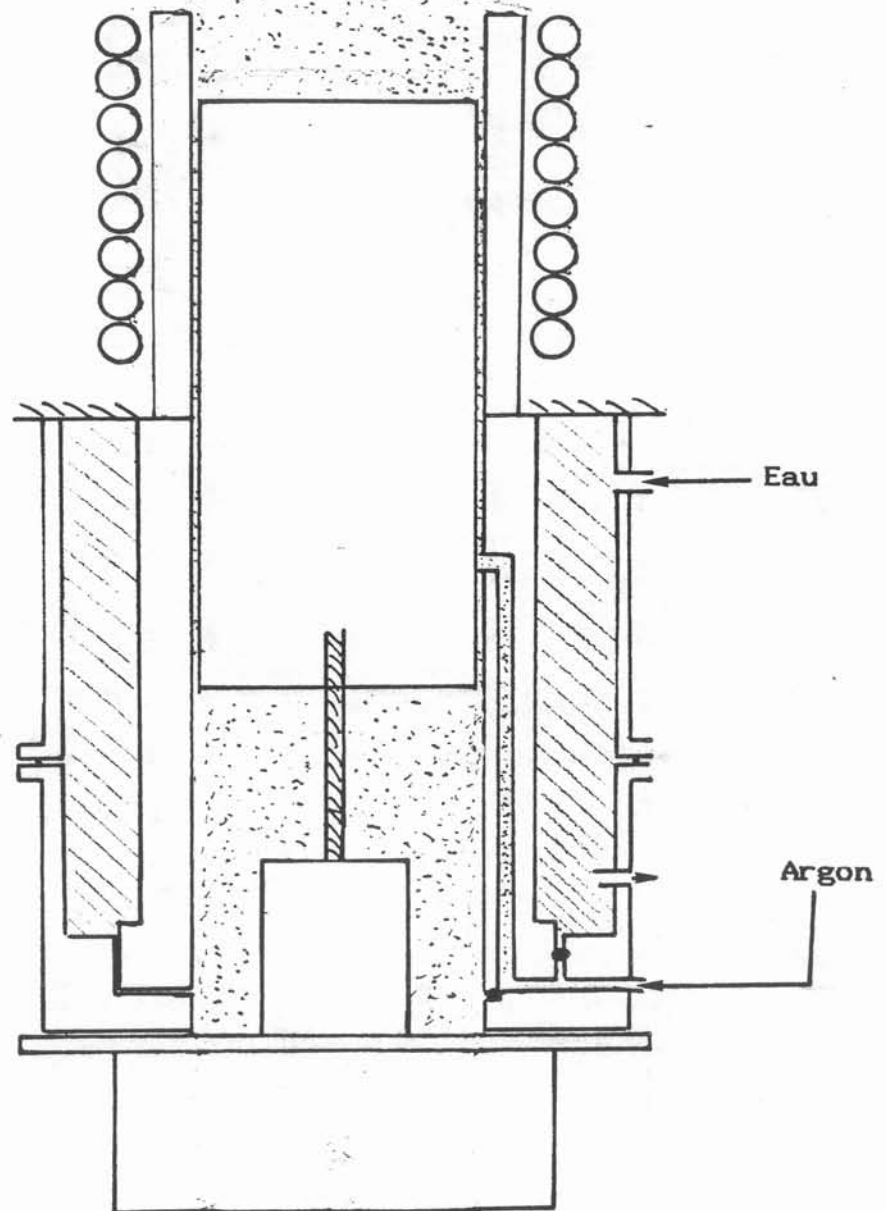


Figure 49 : Creuset n° 3 avec une lingotière refroidie à l'eau et circulation d'argon

- pour l'alimentation par copeaux, le couvercle est bombé et muni de nombreux hublots et passages étanches. Deux réservoirs de 40 litres chacun, qui peuvent être mis sous atmosphère contrôlée, contiennent les copeaux, qui sont conduits jusqu'au creuset par l'intermédiaire d'une vis d'Archimède et d'un vibreur.

- pour l'alimentation par lingots ou billettes de copeaux compactés, le couvercle est plat et percé d'un trou carré pour le passage du lingot. Une enceinte en acier permet de mettre le lingot d'alimentation sous une atmosphère identique à celle de l'enceinte de fusion. Le lingot est accroché au système de descente par un taraudage et guidé à l'entrée de l'enceinte de façon à être centré. Des lingots de forme quelconque peuvent être utilisés. La vitesse de descente peut varier de quelques cm/h à quelques m/h (même gamme que la vitesse de tirage).

- * le système de tirage, qui est constitué d'une tige en acier sur laquelle est vissée l'amorce du lingot à fondre, et qui se déplace grâce à un moteur à vitesse variable. La vitesse de tirage varie de 25 à 800 cm/h. Un réceptacle en acier entoure le système d'accrochage pour recueillir l'eau de refroidissement qui ruisselle le long du lingot lors de certaines fusions.

- * une sole en cuivre refroidie, montée sur le système de tirage (cf paragraphe II). Elle est utilisée uniquement pour les fusions en statique, et sert de support au lingot à fondre.

I-1.2/ Modes de fonctionnement

Sur cette installation, deux types de fusion sont possibles :

- * la fusion en statique : elle consiste à faire fondre un lingot placé sur la sole refroidie. Son intérêt est l'étude des conséquences du brassage sur la structure métallurgique des matériaux : dégazage, redistribution ou élimination des inclusions, affinage du grain. On peut également envisager la fusion d'un lingot d'alimentation qui fondrait en goutte-à-goutte et se solidifierait sur la sole.

- * la fusion semi-continue : une amorce du matériau à fondre est placée (directement sur le système de tirage) dans le creuset, et portée à son point de fusion. Lorsque le volume liquide est suffisant et stationnaire, on commence à alimenter :

- soit par les copeaux contenus dans les réservoirs ; l'élaboration d'alliages peut être envisagée en utilisant des métaux de nature différente dans chacun des deux réservoirs, mais dans la configuration actuelle, le dosage de chacun n'est pas précis.

- soit par un lingot de diamètre inférieur à celui du creuset, qui vient se mettre en contact avec le dôme et former un lingot continu. Cette technique est proche de celle de la fusion de zone.

Cette installation peut fonctionner avec le générateur basse fréquence Saphymo Stel, 200 kW, et un coffret de condensateurs de 450 μ F, ou le générateur moyenne fréquence Célès, 100 kW, 5 à 30 kHz, et un coffret de condensateurs 10-60 μ F.

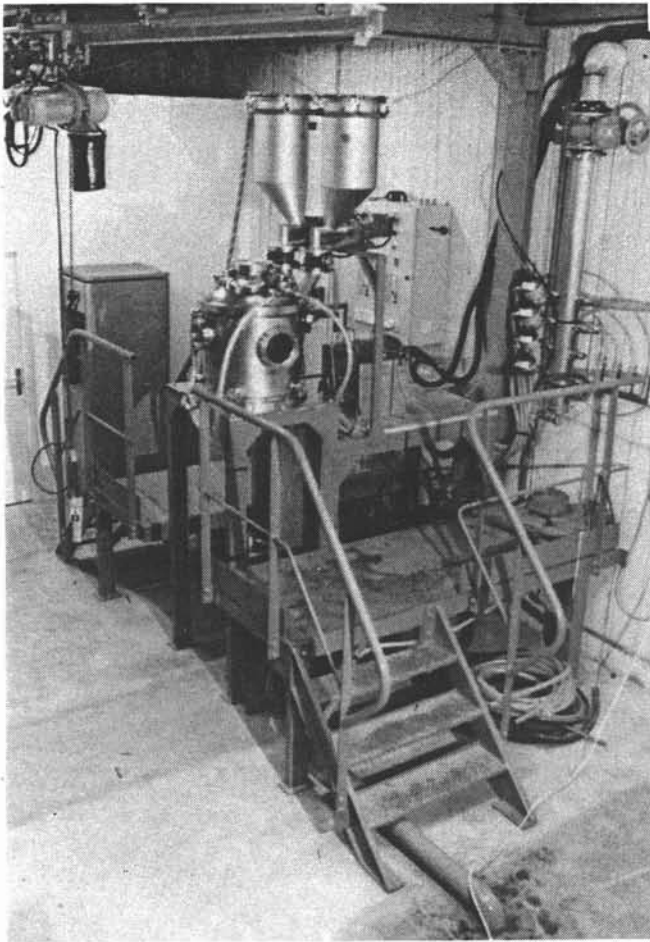
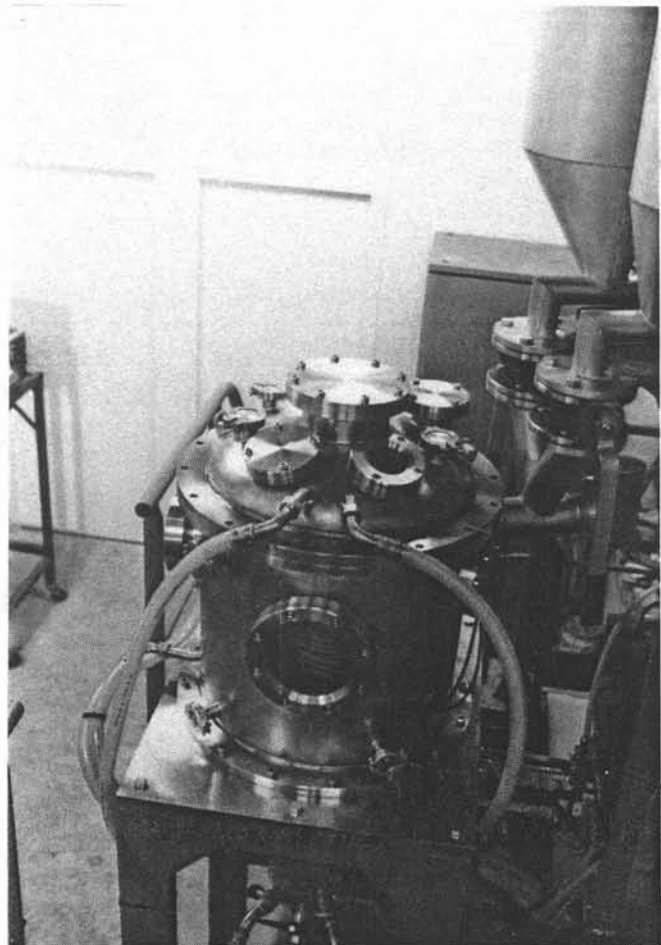


Photo 1: Installation
 $\phi 100$

Photo 2: Enceinte
de fusion



I-2/ Installation $\phi 60$

L'installation est légèrement différente, mais comprend les mêmes éléments de base :

- * un inducteur, de diamètre intérieur égal à 6.4 cm. Le tableau de la figure 52 donne la liste des inducteurs utilisés.

- * un creuset 16 secteurs de 11.5 cm de hauteur (19.3 cm avec la lingotière).

- * une enceinte refroidie en acier, de hauteur et de diamètre égaux à 400 mm.

- * un réservoir d'environ 3 litres, monté sur un vibreur, pour la distribution des copeaux. Il existe un système d'alimentation par lingot, mais il n'a pas été utilisé et n'est donc pas décrit ici.

- * un système de tirage équivalent à celui de l'installation $\phi 100$, de vitesse variant entre 20 et 120 cm/h.

Le générateur employé est le générateur Célès 100 kW, dans la gamme moyenne fréquence, avec un coffret de condensateurs de 10-66 μF .

II/ Fusion d'aluminium

II-1/ Intérêt

La fusion en creuset froid offre un intérêt économique pour deux qualités d'aluminium posant des problèmes avec les techniques classiques :

- l'aluminium ultra-pur A9 (pureté 99.999 %). Si son élaboration par les méthodes traditionnelles se fait dans des conditions satisfaisantes, il n'en est pas de même lors de la mise en forme, qui abaisse toujours la qualité métallurgique des lingots. Le creuset froid, grâce à ses propriétés de moule non polluant, même en présence de brassage, peut être utilisé dans un but de mise en forme, à partir de lingots de taille standard.

A cause de son prix élevé, l'aluminium ultra-pur est remplacé pour les essais de faisabilité par de l'A5 ou 1050 (99.5 % d'aluminium).

- l'aluminium-lithium, utilisé pour l'aéronautique. Il présente des problèmes d'élaboration à cause de sa grande réactivité chimique, et son prix rend le recyclage des copeaux indispensable.

La fusion en creuset froid est tout à fait adaptée à ce problème, comme pour le recyclage des copeaux de titane. Si, de plus, la fréquence est adaptée, le brassage énergique qui accompagne la fusion permet d'obtenir des grains fins.

Les essais sont faits avec un alliage aluminium-cuivre de propriétés équivalentes mais moins réactif, le 2024.

Inducteur	Hauteur cm	Géométrie
6 spires	5.4	Monocouche - Tube 6-8 mm
8 spires	9.4	Monocouche - Tube 8-10 mm
9 spires	10.4	Doublecouche - Tube 12-14 mm
10 spires	14.4	Monocouche - Tube 10-12 mm
12 spires	20	Monocouche - Tube 10-12 mm 2 contre-spires
15 spires	5.4	Triple couche - Tube 8-10 mm

Figure 50 : Géométrie des inducteurs $\phi 100$

Creuset	Hauteur cm	- Lingotière
cr1	14	Refroidie à l'air - 11 cm
cr2	18	Refroidie à l'air - 11 cm
cr3	15	Refroidie à l'eau - 30 cm

Figure 51 : Géométrie des creusets $\phi 100$

Inducteur	Hauteur cm	Géométrie
4 spires	4.8	Monocouche - Tube 6-8 mm
7 spires bas	8.4	Monocouche - Tube 6-8 mm Centré sur le creuset
7 spires haut	8.4	Monocouche - Tube 6-8 mm Dépasse le creuset de 2 spires

Figure 52 : Géométrie des inducteurs $\phi 60$

II-2/ Fusion avec copeaux

Une des qualités du creuset froid réside dans sa capacité à mettre directement en forme les résidus d'usinage sans étape intermédiaire autre que le dégraissage. La fusion des copeaux, testée avec succès sur d'autres matériaux, est le premier objectif de notre étude expérimentale.

Une amorce du métal à élaborer est placée dans le creuset, le remplissant jusqu'à une hauteur telle que la distance entre le sommet du lingot et le haut du creuset soit à peu près égale au rayon de ce dernier. La longueur de cette amorce doit être suffisante pour qu'elle ne chauffe pas trop dans sa partie basse, donc dépasse d'au moins 5 cm la zone sectorisée du creuset (figure 53).

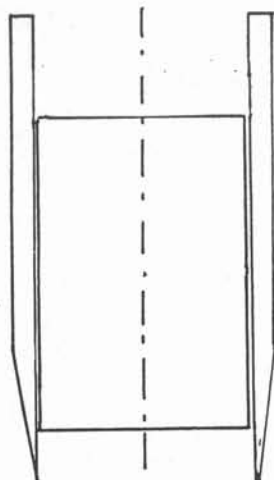


Figure 53

La puissance injectée par induction dans le métal porte celui-ci à température de fusion, par effet Joule. Une partie de cette puissance se perd par conduction dans les parois du creuset et vers la zone plus froide du lingot, et par rayonnement et convection à la surface supérieure.

Lorsque le métal commence à fondre, un dôme se forme et l'alimentation par copeaux peut être mise en route. Les copeaux sont lâchés au-dessus du dôme et fondent par conduction. Suivant l'importance du brassage, c'est-à-dire la fréquence, ils fondent sur place, ou sont entraînés dans le bain liquide. Ils peuvent également être entraînés dans un tourbillon à la surface du liquide. La fusion est d'autant plus rapide que le brassage est efficace.

Le tirage du lingot, réglé en fonction de la puissance injectée et du débit d'alimentation, commence peu de temps après l'absorption des premiers copeaux.

II-3/ Refusion de lingots

Il est également intéressant de refondre des lingots dans un but d'affinage, notamment grâce au brassage, ou de mise en forme dans des conditions de pureté qui peuvent être très poussées.

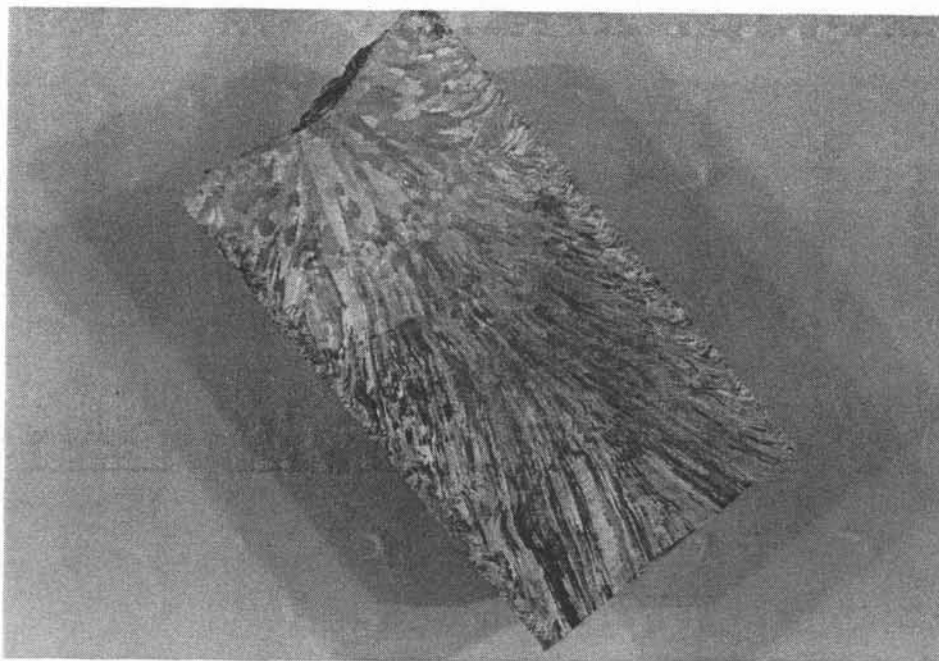


Photo 3 : Macrographie d'un lingot d'A5 $\phi 60$

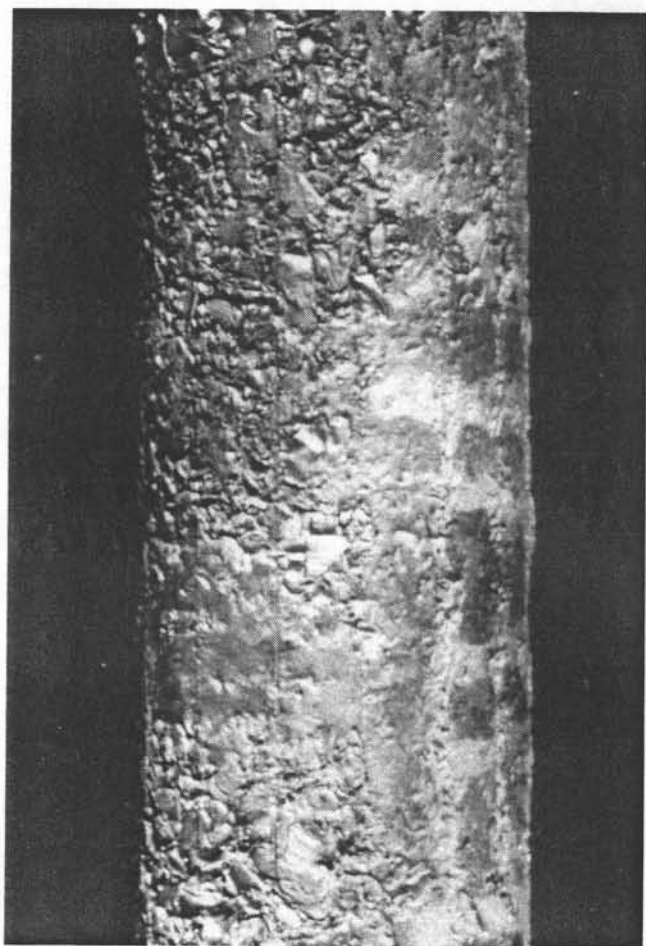


Photo 4 : Lingot de 2024 $\phi 60$

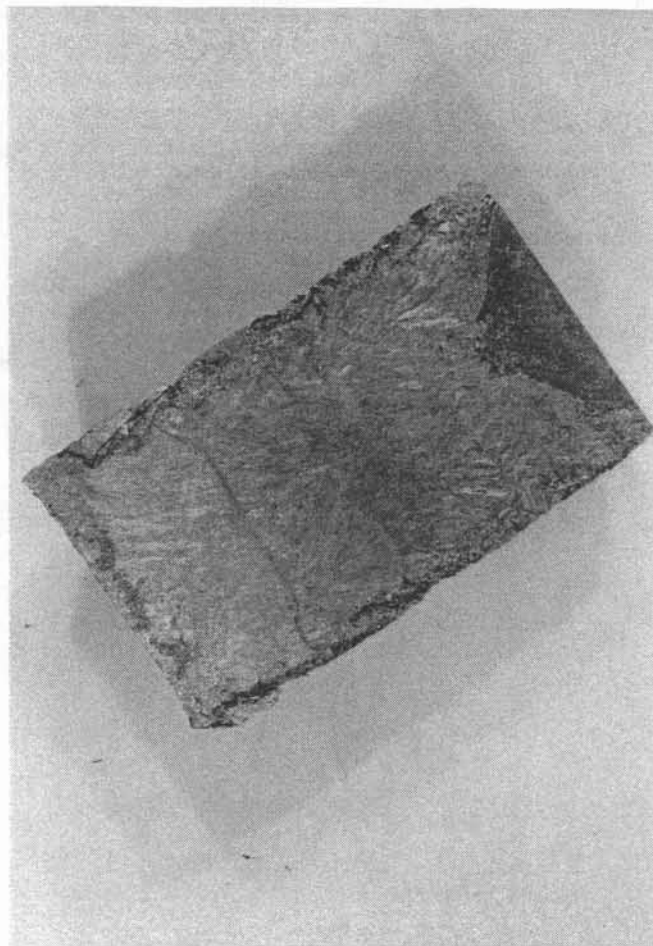


Photo 5 : Macrographie

L'amorce est chauffée jusqu'à la formation d'un dôme stationnaire. Le lingot d'alimentation est alors descendu jusqu'au contact du liquide et les vitesses de tirage et d'alimentation sont réglées de façon à avoir un régime permanent à la puissance de fonctionnement choisie.

Le lingot d'alimentation étant préchauffé par induction, surtout lorsque l'inducteur dépasse du creuset, la fusion est très rapide et la vitesse de tirage peut être relativement importante (jusqu'à 2 m/h).

II-4/ Essais en $\phi 60$

Pendant la construction du montage pilote $\phi 100$, des essais de fusion de copeaux dans l'installation $\phi 60$, sous argon, ont permis de tirer certaines conclusions :

- * les conditions de fusion sont telles que le brassage est très faible, quelle que soit la fréquence du courant inducteur (6 à 25 kHz). En effet, l'optimum de brassage ($R\omega = 90$) pour un lingot d'aluminium de 60 mm de diamètre se situe autour de 250 Hz.

Pour les autres matériaux élaborés dans cette installation, dont la résistivité à l'état liquide se situe entre 100 et 200 $\mu\Omega.cm$, l'optimum de brassage se trouve toujours dans la gamme de fréquence disponible. Le mouvement des copeaux à la surface du dôme est nettement visible, alors qu'ils fondent à leur point de chute lorsqu'il s'agit d'aluminium.

- * la fréquence, ainsi que la géométrie de l'inducteur, ont une grande influence sur la forme de la surface libre. Ce problème est examiné au paragraphe II-6.

- * l'A5 et le 2024 ont un comportement différent lié à leur différence d'oxydabilité. Le 2024 s'oxyde malgré l'atmosphère inerte et la couche d'alumine qui se crée à la surface ralentit l'absorption des copeaux. Le tirage, qui peut atteindre une vitesse de 2 m/h pour l'A5 est limité à 30 cm/h pour le 2024, et doit même être arrêté par moments, pour que les amas de copeaux qui se créent puissent être absorbés. L'état de surface de l'A5 est tout à fait satisfaisant, et permet un refroidissement efficace au contact de la lingotière (photo 3). Par contre, celui du 2024 présente des arrachements et des infondus (photos 4 et 5), qui sont la cause d'un mauvais contact avec la lingotière, et d'un mauvais refroidissement latéral.

Ce dernier point est confirmé par les faibles valeurs des vitesses locales de refroidissement (0.1 à 0.5° C/s). Celles-ci sont évaluées à partir des distances entre branches de dendrites secondaires par la loi expérimentale [42] :

$$d = 210 v^{-0.34}$$

où d représente la distance moyenne entre branches de dendrites secondaires, en microns, et v la vitesse locale de refroidissement, en degrés Celsius par minute.



Photo 6 : Lingot de 2024 $\phi 100$ - élaboré avec alimentation par copeaux

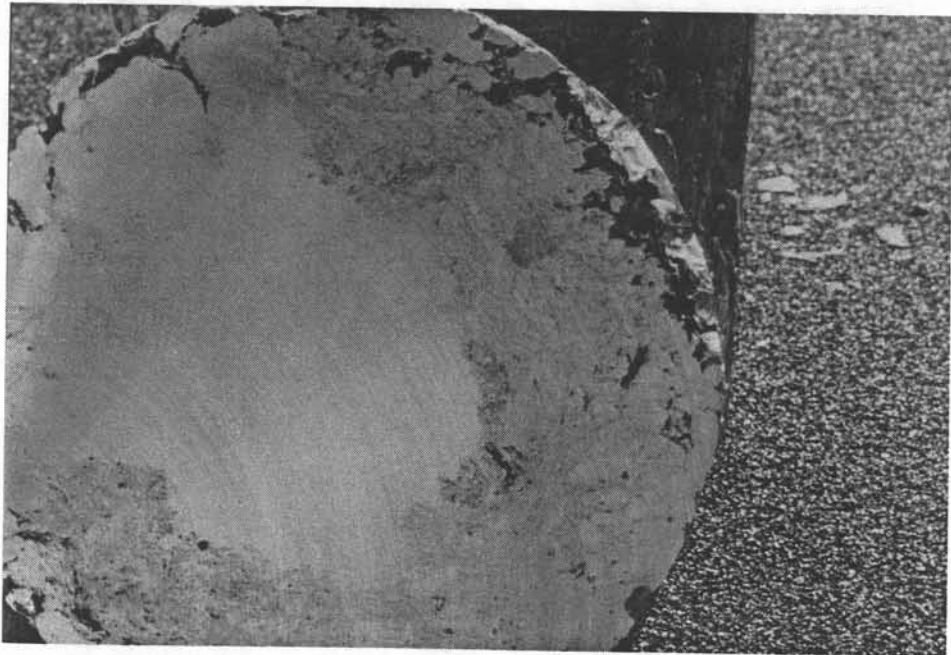


Photo 7 : Coupe transversale d'un lingot de 2024
(alimentation par copeaux)

II-5/ Essais en $\phi 100$

Les difficultés de fusion entrevues pour les copeaux de 2024 se retrouvent amplifiées en diamètre 100 mm, et des problèmes se posent aussi dans le cas de l'A5.

Les premiers essais sous argon ont dû être arrêtés très rapidement, aussi bien pour l'A5 que pour le 2024, à cause du dégagement de fumées empêchant toute visibilité dans l'enceinte. Cette fumée provient de la vaporisation des traces d'huile de coupe présentes sur les copeaux.

Les essais à l'air libre, n'ont pas non plus été concluants, puisque l'oxydation intense en surface ralentit l'absorption des copeaux, et favorise la présence d'infondus. La surface des lingots obtenus est très irrégulière, et les coupes transversales font apparaître des porosités sur une profondeur d'environ 2 cm, rendant les lingots tout à fait inutilisables (photos 6 et 7).

Un dégraissage grossier des copeaux a permis d'élaborer quelques lingots sous atmosphère d'argon, mais les résultats ne sont pas satisfaisants :

- * à moyenne fréquence (8 à 20 kHz pour les inducteurs 6, 8 et 10 spires), l'absence de brassage entraîne la création d'amas de copeaux qui fondent dans une gangue d'alumine. Le lingot final ressemble à une billette de copeaux compactés, bien qu'il semble que la structure du cœur du lingot soit homogène.

- * à basse fréquence (inducteurs 9 et 10 spires à 2.6 kHz, et 15 spires à 1.2 kHz), le brassage serait efficace s'il était associé à un volume liquide important. Mais le dôme étroit (cf paragraphe II-6) ne favorise pas du tout l'absorption des copeaux qui s'accumulent de part et d'autre du dôme.

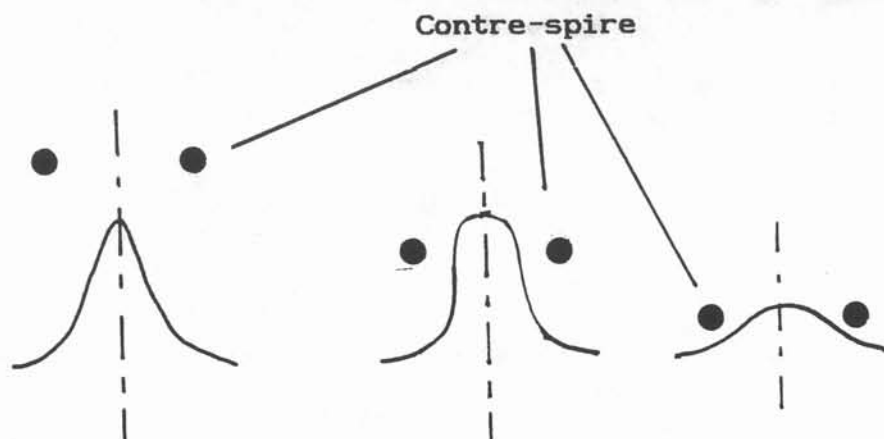
La comparaison avec d'autres matériaux semble indiquer que l'alumine est la cause principale des difficultés rencontrées dans la fusion de copeaux d'aluminium en creuset froid. En effet, la résistance thermique du film d'alumine qui entoure les copeaux et de celui qui se crée à la surface du dôme sont un obstacle plus important que les particules d'oxydes qui flottent à la surface des lingots d'acier ou de super-alliage base nickel. Quant au titane, dont l'oxyde est soluble dans le métal, son élaboration en creuset froid ne pose aucun problème en ce qui concerne la fusion des copeaux : celle-ci est possible même en l'absence de brassage.

La plus faible quantité d'oxydes produite par l'A5 que par le 2024 est ainsi un des raisons des meilleurs résultats obtenus pour l'aluminium non allié.

La forme du dôme est également un des paramètres déterminants pour l'absorption des copeaux. Des tentatives de modification locale du champ magnétique, pour améliorer l'absorption lors des fusions à basse fréquence, n'ont pas été couronnées de succès :

- * une spire de cuivre refroidie a été utilisée pour essayer de diminuer la hauteur du dôme, par analogie avec les expériences de lévitation électromagnétique pour lesquelles 1 ou 2 contre-spires empêchent la charge d'être éjectée hors de la bobine en créant un champ magnétique, donc une force, opposé à celui créé par les spires principales de l'inducteur.

Photos 8a-8b:
Influence sur
le dôme de la
présence d'une
contre-spire
Ø100



Figures 54a-54b-54c: Effet de la contre-spire sur le dôme

La contre-spire limite la hauteur du dôme, la largeur de ce dernier étant déterminé par le volume liquide (photos 8a, 8b - figures 54a, b et c). Elle doit cependant être très proche du métal pour que son action soit efficace, et devient un obstacle pour la distribution des copeaux. De plus, le brassage disparaît dans la zone de champ faible créée autour de la contre-spire. Malgré les modifications de surface libre qu'elle apporte, la solution de la contre-spire doit être abandonnée.

* un résultat analogue mais encore plus marqué, aussi bien dans son effet sur la surface libre que sur le brassage, est observé lors de l'utilisation d'un inducteur surmonté de 2 contre-spires "actives" c'est-à-dire en série électrique avec l'inducteur.

Lors des essais avec cet inducteur, un phénomène intéressant, qui aurait sans doute pu arriver avec un inducteur classique, a eu lieu à plusieurs reprises : lorsque le niveau d'aluminium était bas dans le creuset (c'est-à-dire en dehors de la zone d'action des contre-spires), un jet d'aluminium jaillissait du dôme très étroit, à très grande vitesse, et entraînait des copeaux à l'intérieur du bain liquide, en formant un film de métal.

Ce phénomène, totalement aléatoire, est dissymétrique, mais peut se produire dans des directions variables, sans doute en fonction de la quantité plus ou moins grande de copeaux infondus dans telle ou telle direction.

Ce phénomène peut être expliqué de la manière suivante : la hauteur du dôme est imposée a priori par le champ magnétique, mais sous l'effet de la formation d'alumine et de l'accumulation des copeaux, le liquide ne peut s'élever à la hauteur correspondant à l'équilibre entre les forces de gravité et les forces électromagnétiques. Cependant, si une faiblesse apparaît dans la résistance mécanique du "chapeau" de copeaux et d'alumine, le métal liquide, soumis à la pression électromagnétique, s'échappe sous forme de jet (pompe locale).

Cet effet, intéressant dans le sens où il améliore l'absorption des copeaux, n'est cependant pas utilisable, d'une part parce qu'il ne semble pas permettre des vitesses de tirage très grandes, d'autre part par son caractère aléatoire. Il est également probable qu'il soit la cause d'une porosité importante dans le lingot final, due à la submersion des copeaux par le liquide.

Les essais de fusion de copeaux, bien qu'ils puissent être considérés comme des échecs pour l'aluminium, ont cependant permis de mettre en évidence les différences de comportement du métal en fonction de l'inducteur et de la fréquence, en particulier en ce qui concerne la forme du dôme a été observé en $\phi 60$.

L'influence de ces deux paramètres a pu également être étudiée sur un phénomène qui se retrouve lors de la refusion de billettes, la striction locale du métal en face de chaque fente du creuset : le dôme prend alors la forme d'une "marguerite" à seize pétales, une en face de chaque secteur (photos 9 et 14a).

En ce qui concerne les refusions de lingots, les résultats semblent plus encourageants lorsque le mode opératoire suit quelques règles simples. Il est, en particulier, très important de ne démarrer le tirage que lorsque le lingot

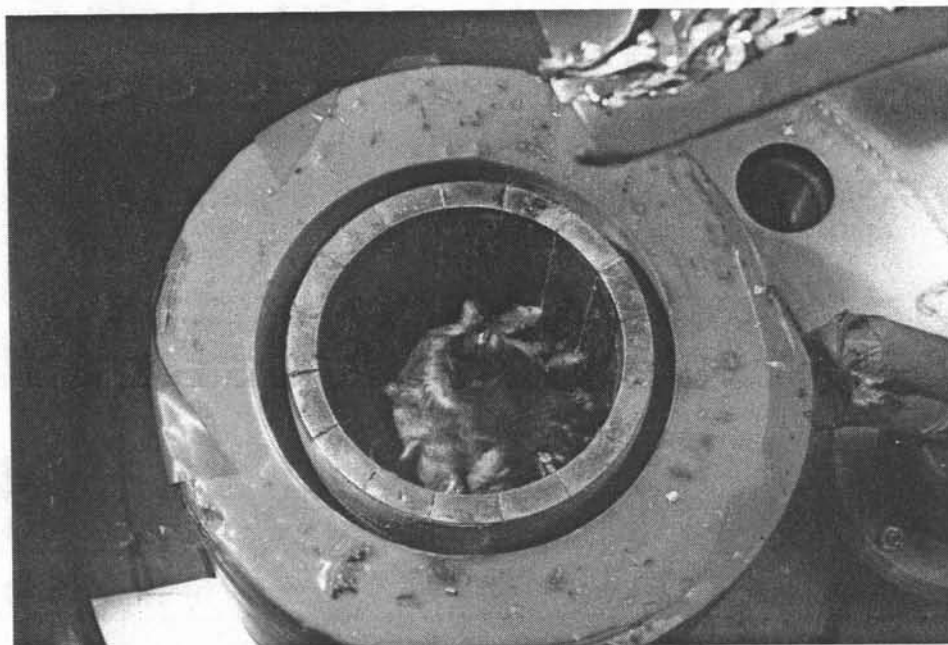
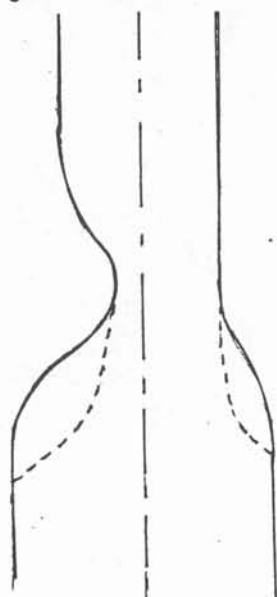


Photo 9 : Dôme dans l'inducteur 15 spires ($\phi 100$)

Figure 55a :
Zone fondue
de petit diamètre

Lingot d'alimentation



Lingot élaboré

Figure 55 b :
Zone fondue
de grand diamètre

d'alimentation a bien commencé à fondre et que la jonction entre les deux lingots n'a pas un diamètre inférieur à celui du lingot d'alimentation.

En effet, si la zone fondue a un petit diamètre (figure 55a), d'une part la fusion est ralentie, car les pertes par rayonnement et convection augmentent, d'autre part, les strictiones peuvent atteindre 3 cm de profondeur à 3 kHz, et sont très marquées sur le lingot solidifié (photos 11a, 11b).

Par contre, si le lingot d'alimentation est descendu au maximum avant de commencer à tirer, il crée une pression sur le métal, qui combat la pression magnétique et pousse le métal vers les parois du creuset. La profondeur maximale des strictiones, déterminée par la distance entre le lingot d'alimentation et le creuset, est alors réduite (figure 55b, photos 12a, 12b).

Enfin, un mode de fonctionnement original, dit "mode impulsionnel", permet de faire disparaître presque complètement l'effet des fentes. La puissance est coupée périodiquement dès que les strictiones apparaissent, c'est-à-dire toutes les 20 à 30 secondes (figure 56).

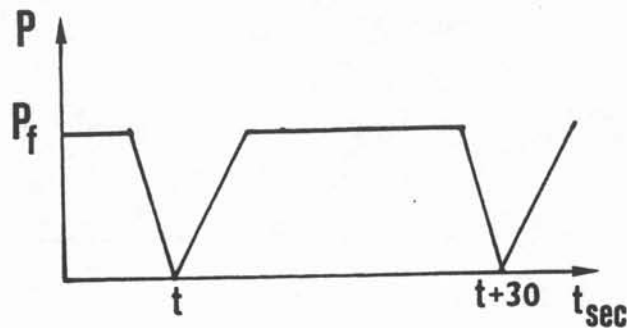


Figure 56 : Allure de la puissance en régime impulsionnel

Le temps entre 2 coupures, la durée de chacune d'elles, et la façon dont la puissance est coupée puis remise (brutalement ou progressivement) sont des paramètres qui ont une influence sur l'état de surface et sans doute sur la qualité métallurgique du lingot.

Ce mode de fonctionnement, testé lors de fusions avec alimentation par copeaux, n'améliore cependant par leur absorption, car ils restent à la surface malgré le mouvement global que subit le liquide au moment de la coupure de puissance.

II-6/ Forme du dôme

La forme du dôme, assez peu variable (photo 13) dans les essais faits sur divers matériaux avant le début de cette étude, ne semblait pas, a priori, un élément posant problème. Cependant, la faible masse volumique de l'aluminium rend le dôme très sensible à la pression magnétique, et les premiers résultats obtenus en $\phi 100$ à basse fréquence sont surprenants (figures 57a, 57b, et photos 9, 14a).

La puissance électrique minimale à injecter et la masse volumique du métal, premiers éléments intervenant dans la détermination de la forme du dôme, ne sont pas des paramètres sur lesquels il est possible de jouer.

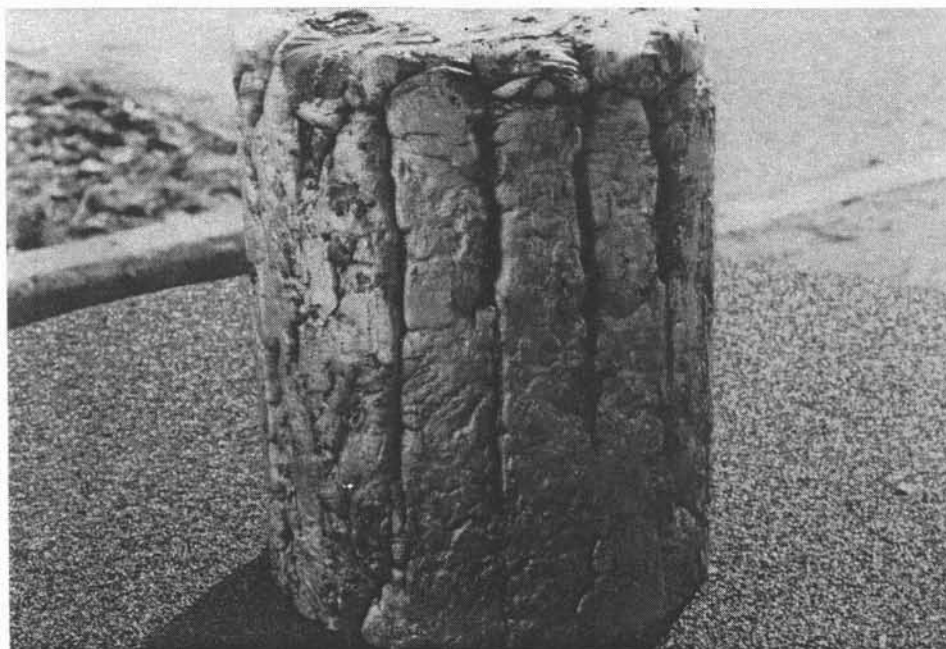


Photo 11a : Lingot de 2024 élaboré avec une zone fondue de petit diamètre ($\phi 100$)

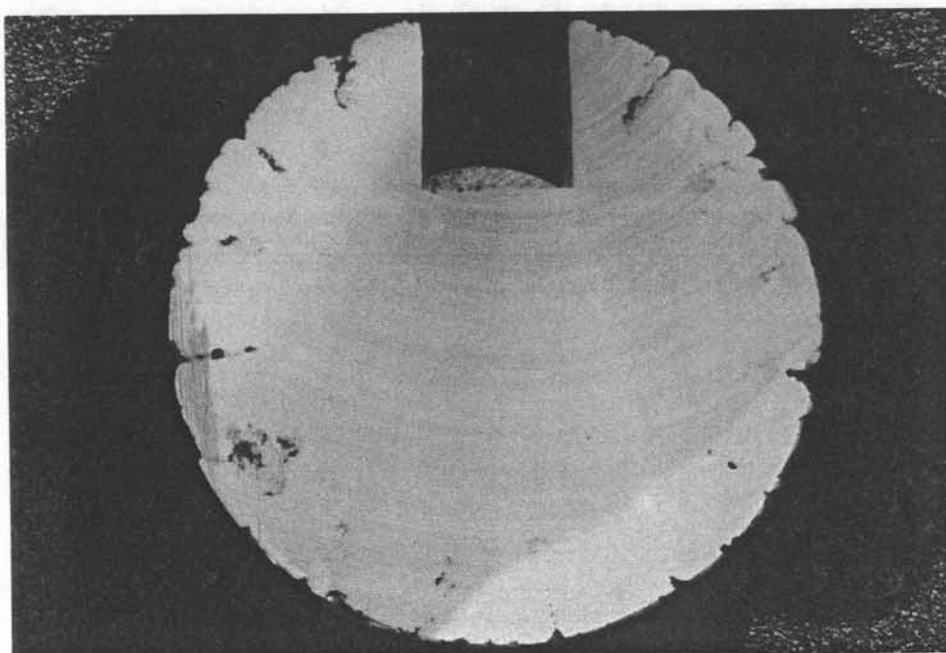


Photo 11b : Coupe transversale



Photo 12a : Lingot de 2024 tiré avec une zone fondue de grand diamètre ($\phi 100$)

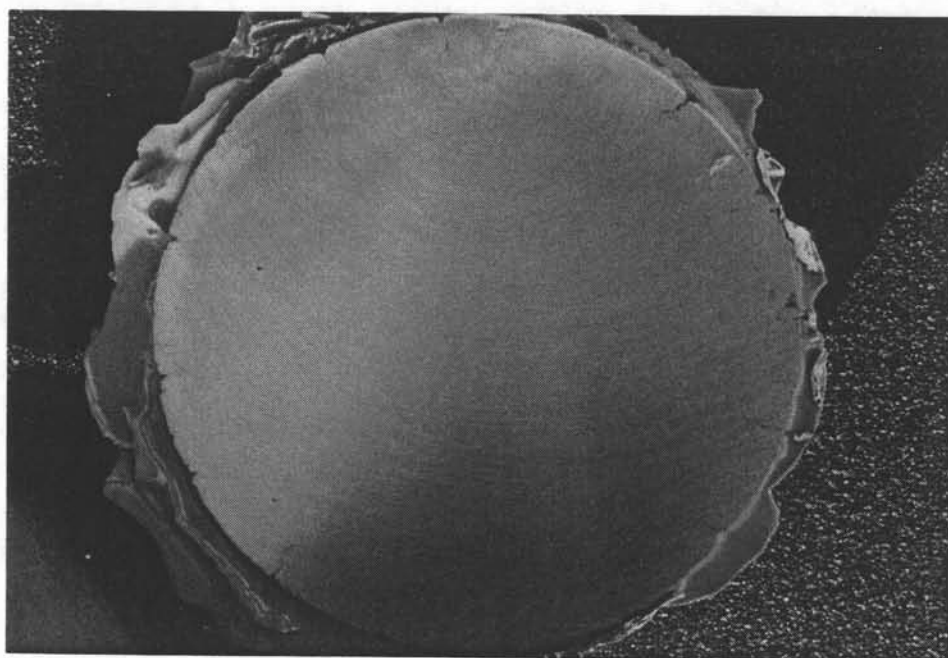


Photo 12b : Coupe transversale

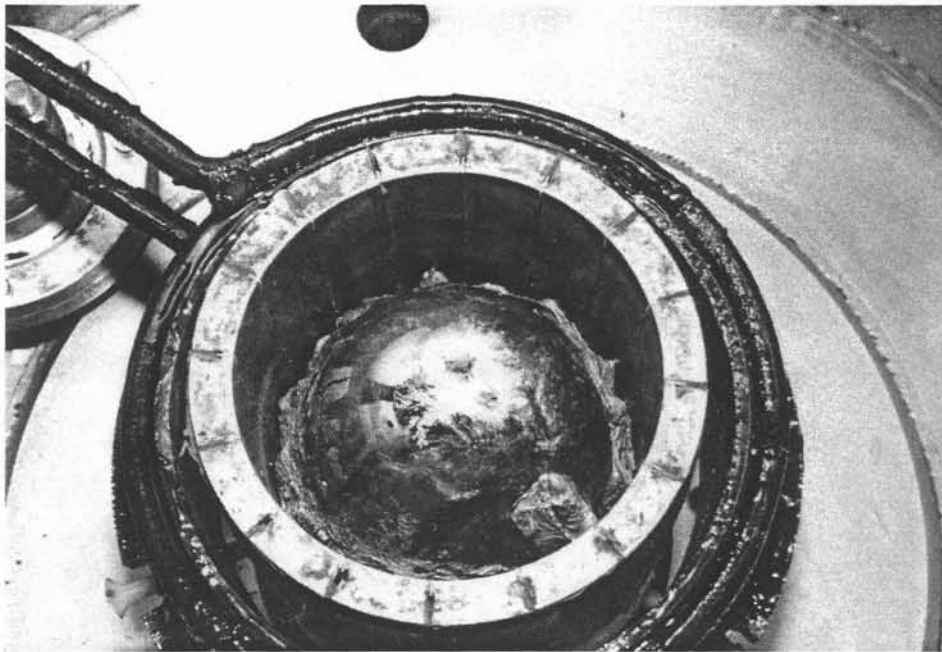


Photo 13 : Forme classique de dôme

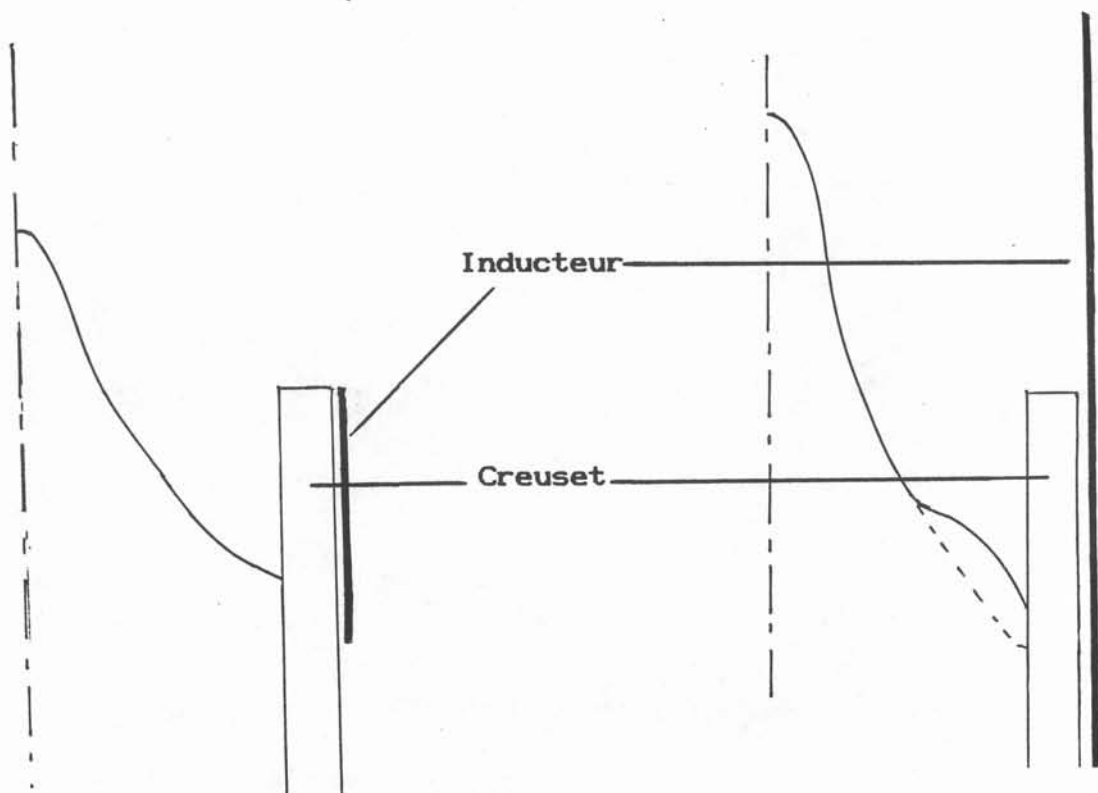
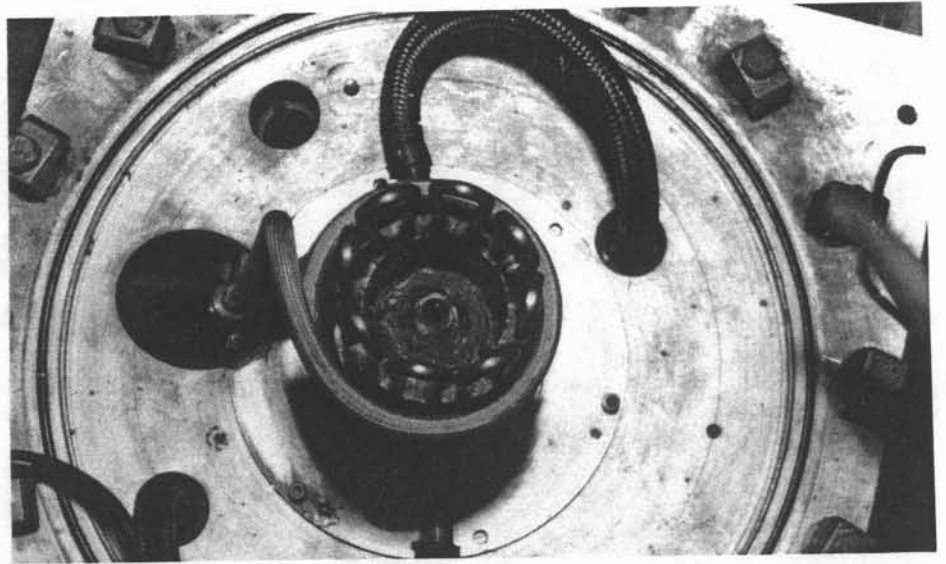


Figure 57 a : Forme mesurée
du dôme avec l'inducteur 15 spires

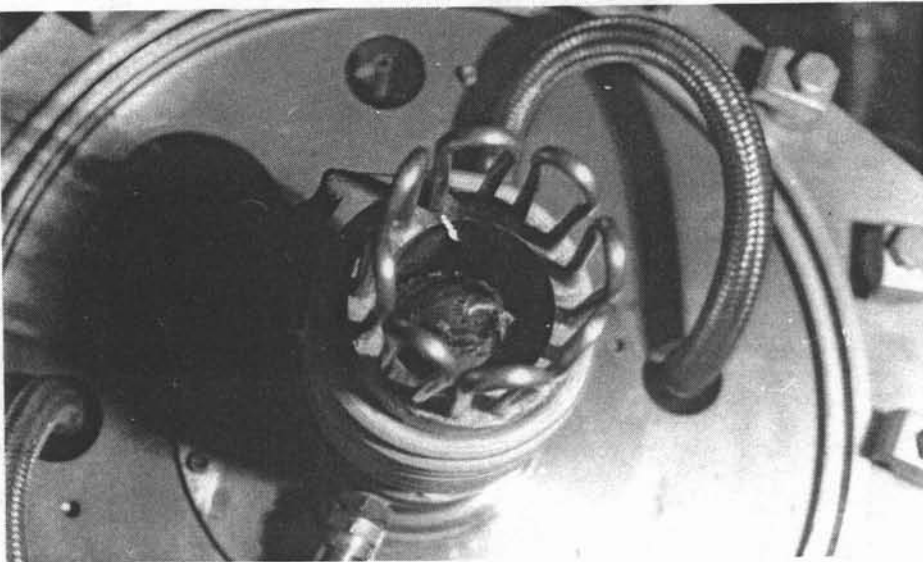
Figure 57b : Forme mesurée
du dôme avec l'inducteur 10 spires

7 spires haut

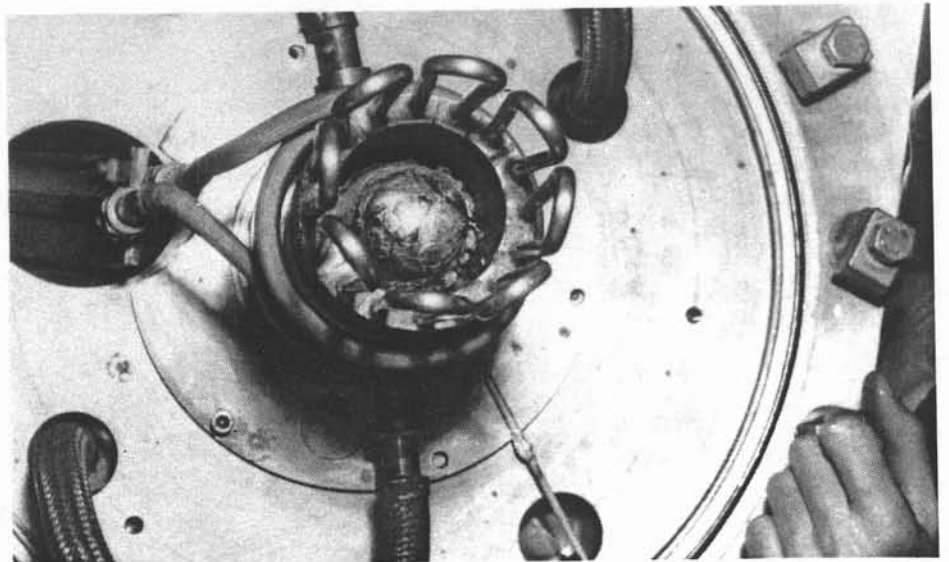


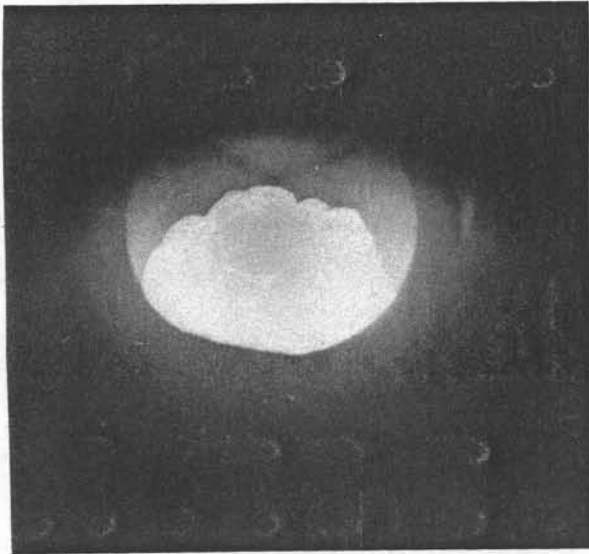
Photos 15a-15b-15c :
Forme du dôme à 20 kHz
avec différents inducteurs ($\phi 60$)

7 spires centré



4 spires
centré





Photos 16a-16b : Dôme
et lingot solidifié d'acier

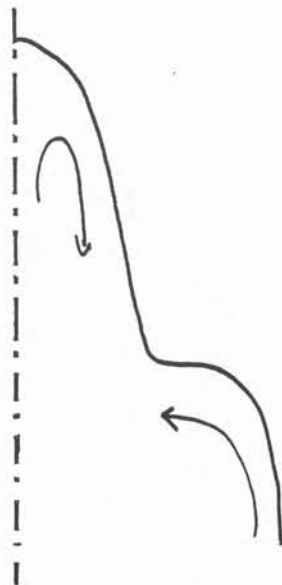
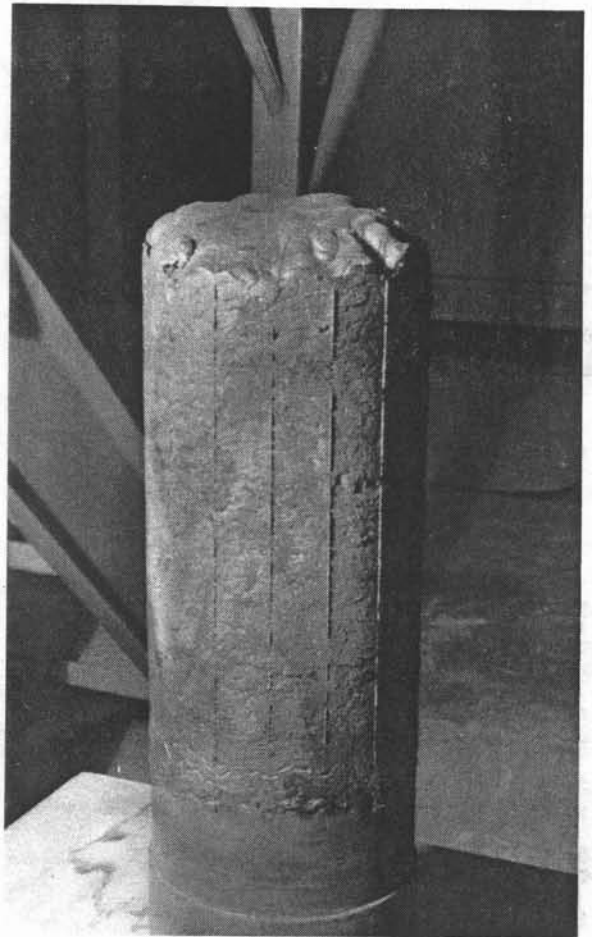


Figure 58 : Allure du brassage
dans le dôme principal et les 16 dômes adjacents

pas 1 cm, elles ne sont pas très hautes, et leur conséquence sur l'aspect final du lingot est négligeable (photos 16a, 16b).

Il existe cependant des conditions pour lesquelles la striction peut être très marquée pour le titane également.

Pour l'instant, l'influence respective des paramètres qui semblent importants (masse volumique, résistivité électrique de la charge, fréquence du courant inducteur, géométrie de l'inducteur, niveau de métal dans le creuset, présence d'oxydes en surface), n'est pas clairement déterminée.

En particulier, le super-alliage base nickel et l'acier, deux fois plus denses que le titane, présentent des strictions plus marquées que celles de ce dernier, alors que leurs résistivités électriques sont du même ordre de grandeur (100 à 200 $\mu\Omega.cm$).

Certaines constatations expérimentales peuvent être tirées des fusions d'aluminium :

- * le phénomène est d'autant moins marqué que le dôme est large et arrondi : les strictions sont peu visibles à moyenne fréquence dans l'aluminium, et sont beaucoup moins profondes lorsque, en alimentation par billettes, le lingot d'alimentation est positionné de façon à permettre une zone fondue la plus large possible.

- * le déplacement de particules (sans doute des grains arrachés au solide) visible sous la peau d'alumine montre que le brassage dans les seize "pétales" se fait de l'extérieur du creuset vers l'intérieur, c'est-à-dire en sens inverse du mouvement dans le dôme. L'aspect brillant de son sommet indique qu'il est constamment alimenté en métal propre, donc venant du coeur du bain liquide (figure 58).

- * le phénomène, long à apparaître en début de fusion, à cause de l'absence d'un volume liquide suffisant, se recrée très rapidement si la puissance est coupée puis remise en cours de fonctionnement. Il suffit de 10 secondes pour que les strictions se reforment.

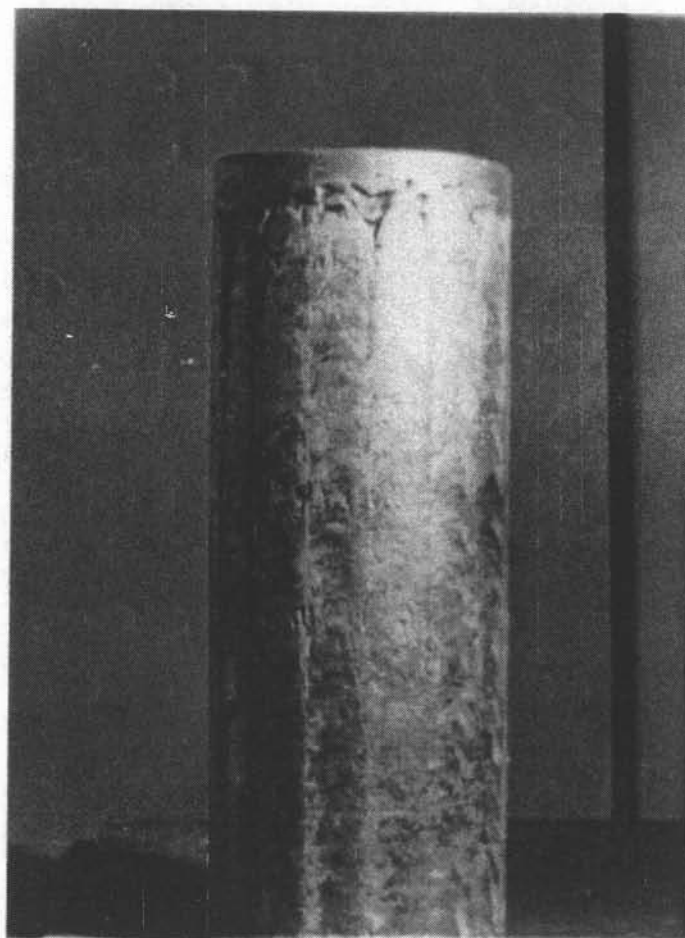
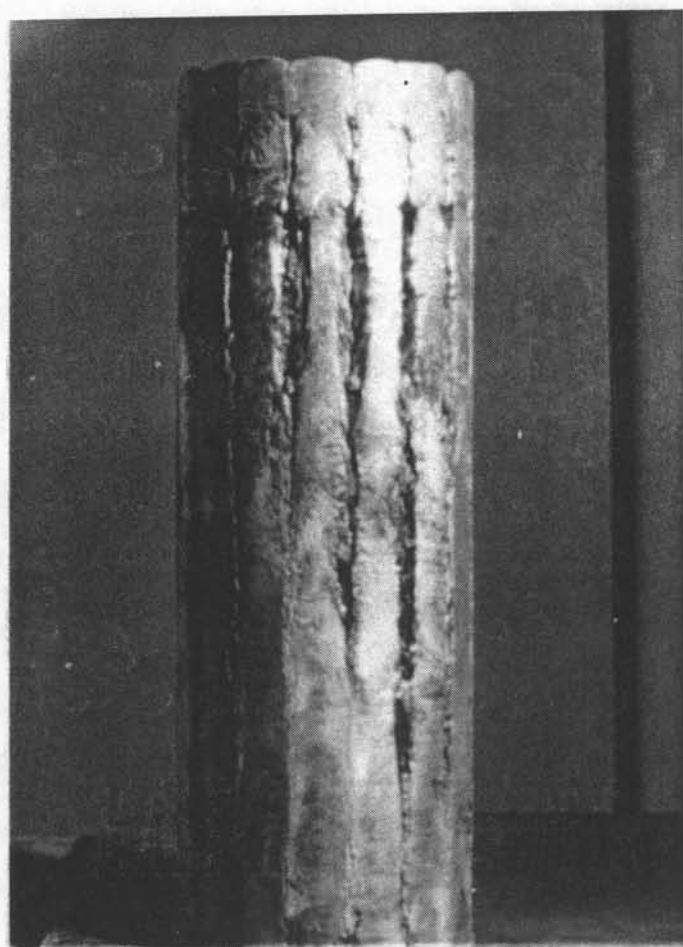
- * l'aluminium est le seul métal que nous ayons testé sur lequel la répulsion soit marquée sur le lingot solidifié. Il est impossible actuellement d'établir des relations précises entre l'intensité de ce phénomène et :

- la faible densité de l'aluminium, qui expliquerait qu'il soit le plus sensible à la pression magnétique.

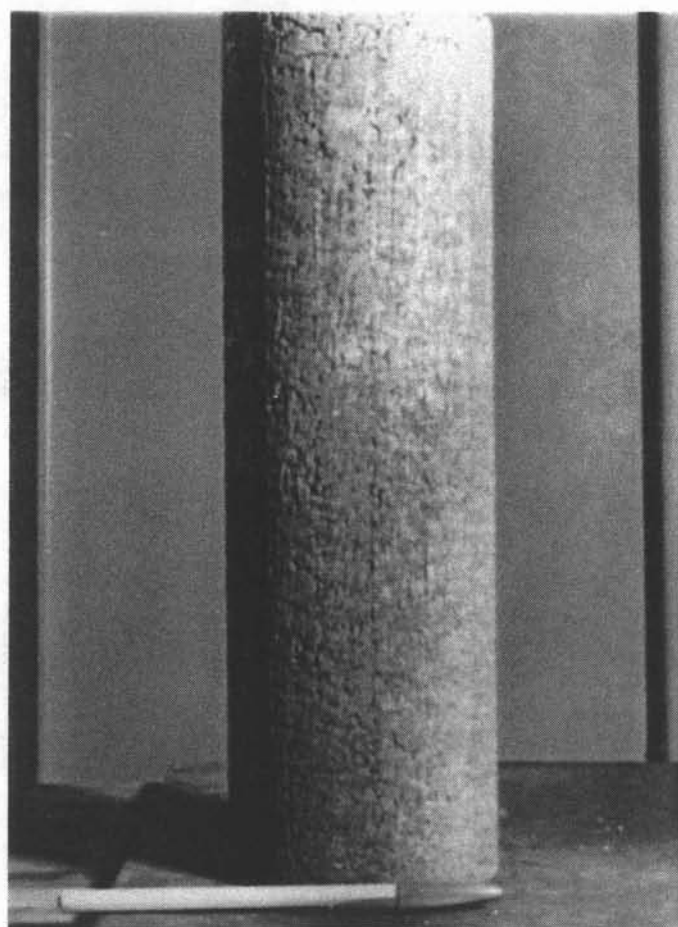
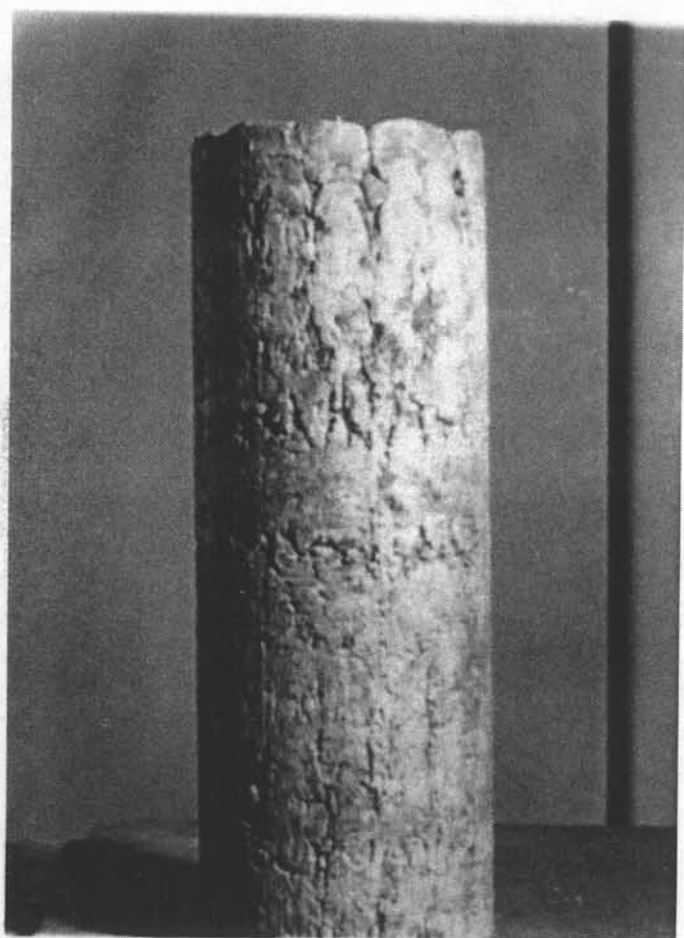
- la forte valeur de son retrait à la solidification $\Delta V/V$ (environ 7 %), qui accentuerait l'effet apparu à l'état liquide.

- le fait que l'alumine forme un film pratiquement continu à la surface, qui pourrait garder la "mémoire" de la déformation imposée au métal liquide.

- * la fusion à forte puissance accentue la répulsion du métal liquide, mais grâce à l'augmentation de vitesse de tirage, le métal est soumis moins longtemps au phénomène, et l'état de surface est meilleur (résultat observé sur des lingots tirés en impulsif - photos 17a, 17b, 18a, 18b).



Figures 17 (A5): Lingots élaborés à a) 45 kW b) 95 kW



Figures 18 (2024) : Lingots élaborés à a) 45 kW b) 95 kW

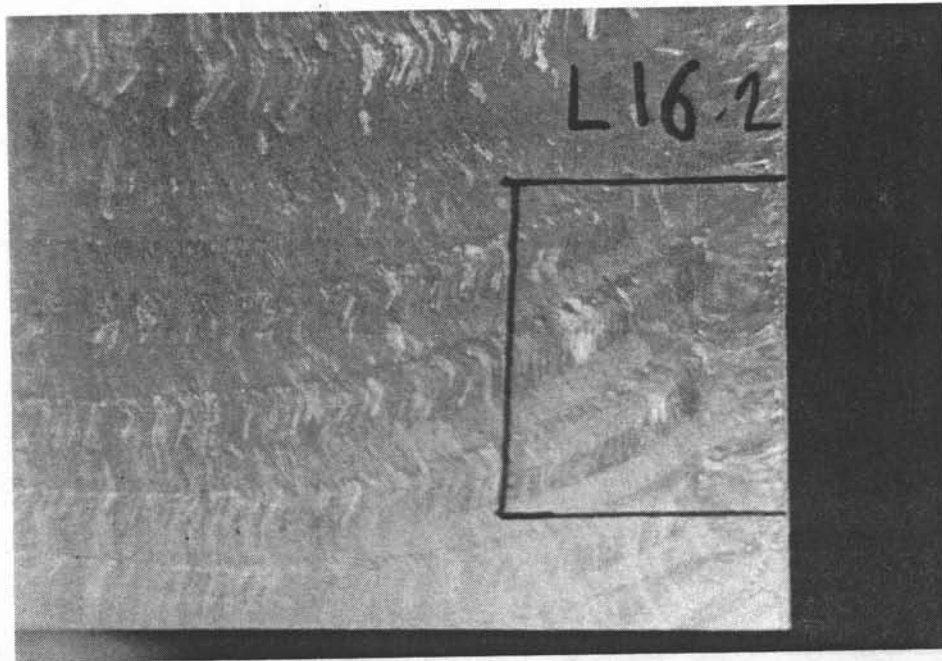


Photo 19 : Macrographie d'un lingot d'A5 ($\phi 100$) .

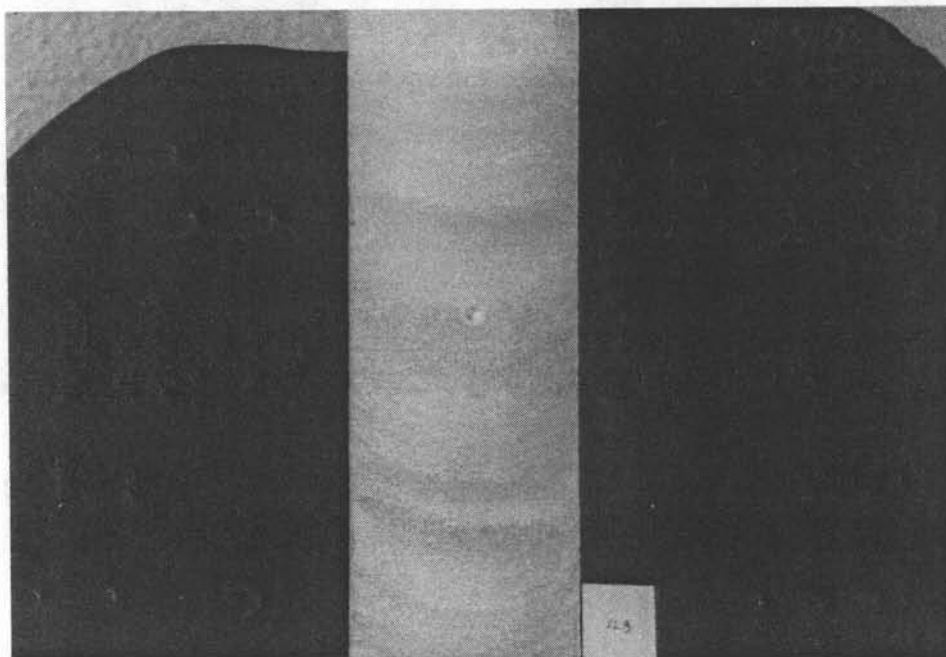


Photo 20 : Macrographie d'un lingot de 2024 ($\phi 100$)

Il est certain que la répartition tridimensionnelle du champ magnétique est à la base de cet effet, mais le problème est trop complexe pour être expliqué simplement.

Le logiciel SOCRATE pourrait indiquer une tendance au début de la fusion, avant que la charge ne perde son caractère d'axisymétrie. Mais la modélisation de ce qui se passe en surface de la charge, pratiquement en contact avec le creuset, n'est correcte que si le maillage dans ce dernier est suffisamment fin pour présenter un caractère de continuité vu de la charge, et ceci implique un nombre de mailles incompatible avec les tailles des ordinateurs sur lesquels le logiciel fonctionne actuellement. Ce problème est évoqué dans le chapitre II, lors de l'étude de l'influence de l'épaisseur des fentes.

II-8/ Résultats métallurgiques

L'interprétation métallurgique des quelques lingots élaborés en régime impulsif dans des conditions à peu près permanentes ($V \approx 1$ m/h) est basée sur l'observation des macrographies des coupes transversales et longitudinales des lingots, des porosités mises en évidence par ressuage et des micrographies.

II-8.1/ Macrographies

Les macrographies de 1050 sont obtenues par immersion de l'échantillon, usiné par rectification, dans un bain d'eau régale (1/3 HNO_3 , 2/3 HCl) suivie d'un rinçage à l'acide fluorhydrique HF . Les résultats sont excellents.

Celles de 2024 sont faites par immersion dans un bain composé de 10 % d'acide sulfurique, 10 % d'acide fluorhydrique et d'eau, suivie d'un rinçage à l'eau, puis à l'acide nitrique. Les macrographies sont de moins bonne qualité, ce qui est courant pour les alliages aluminium-cuivre.

Les fronts de solidification successifs liés aux coupures de puissance apparaissent nettement, aussi bien sur le 1050 (photo 19) que sur le 2024 (photo 20). La distance moyenne entre fronts (5 mm) correspond bien à la distance parcourue entre deux coupures (environ 20 s) à la vitesse moyenne de 1 m/h.

Les changements d'orientation des dendrites visibles sur les lingots d'A5, sur une "période", peuvent être expliqués par les modifications des régimes hydraulique et thermique dans le liquide à chaque coupure de puissance.

Le refroidissement latéral intense pendant la coupure de puissance est marqué par la zone de dendrites horizontales au contact du front de solidification et des parois (photo 21, figure 59).

Photo 22a: Coupe transversale →
d'un lingot d'A5 élaboré à 45 kW



← Photo 22b: Coupe transversale
d'un lingot d'A5 élaboré à 95 kW

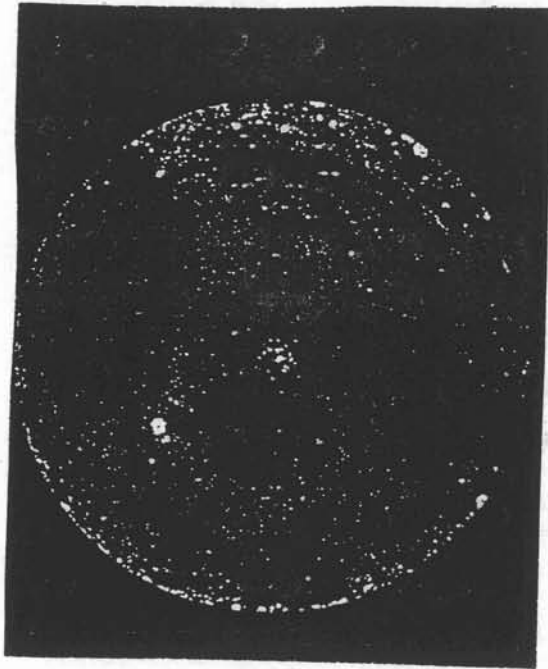


Photo 22c: Coupe longitudinale →
d'un lingot de 2024 élaboré
en régime continu

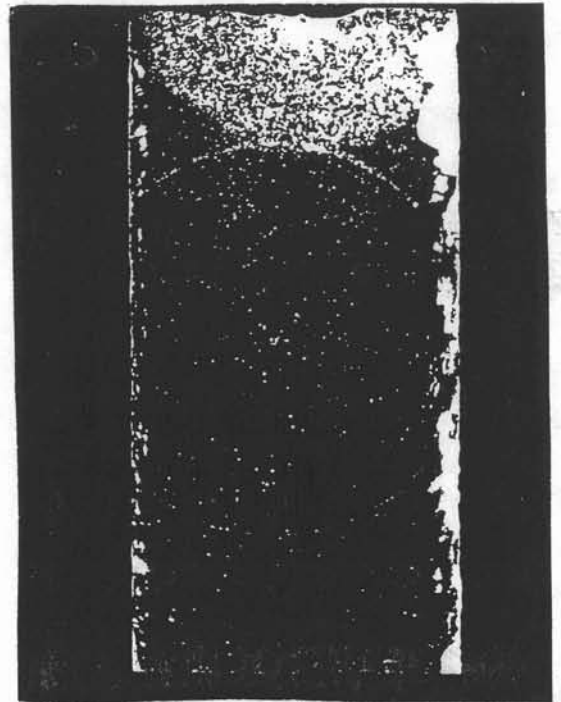
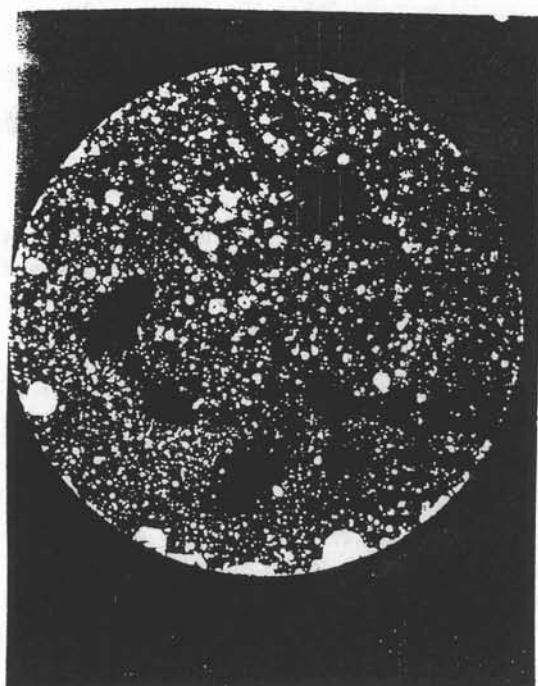
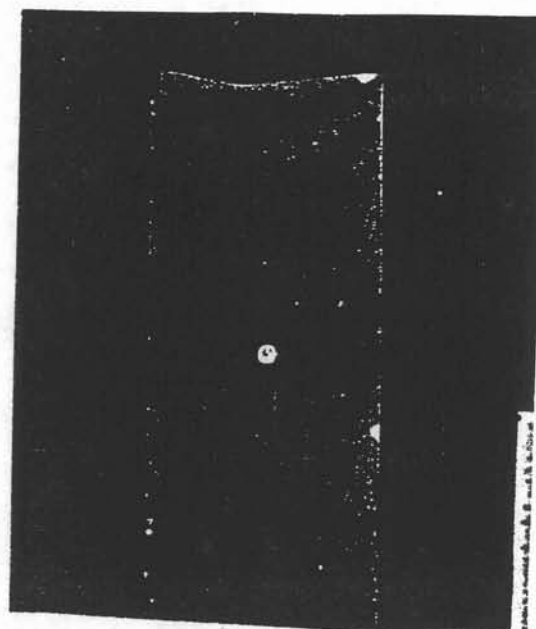


Photo 22d: Coupe longitudinale →
d'un lingot d'A5 élaboré à 100 kW
en régime impulsionnel



← Photo 22e: Coupe transversale
d'un lingot de 2024 élaboré
à 95 kW en régime impulsionnel

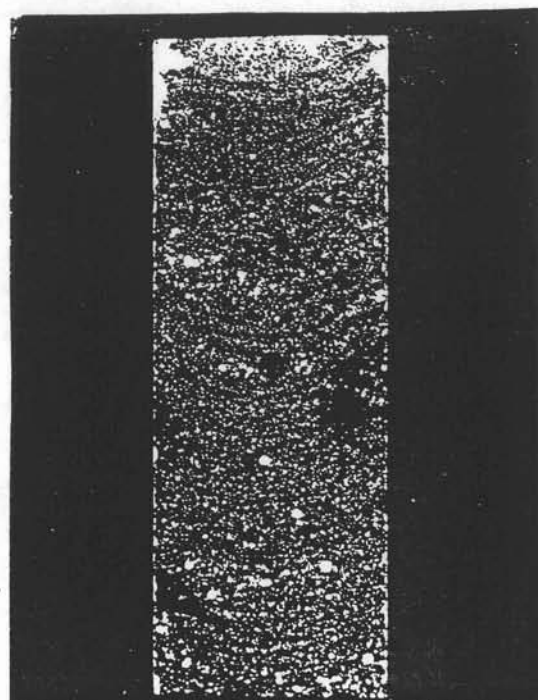


Photo 22f: Coupe longitudinale →
d'un lingot de 2024 élaboré
en régime impulsionnel

Figure 59 : Mise en évidence
du refroidissement latéral
lors des coupures de puissance

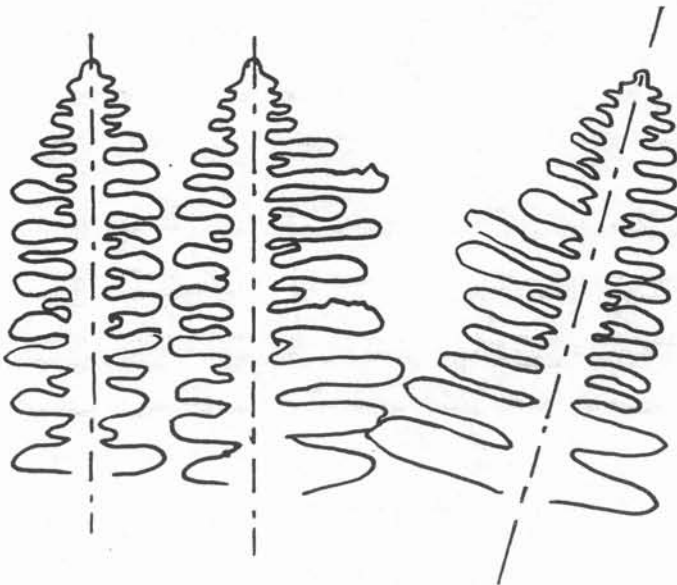
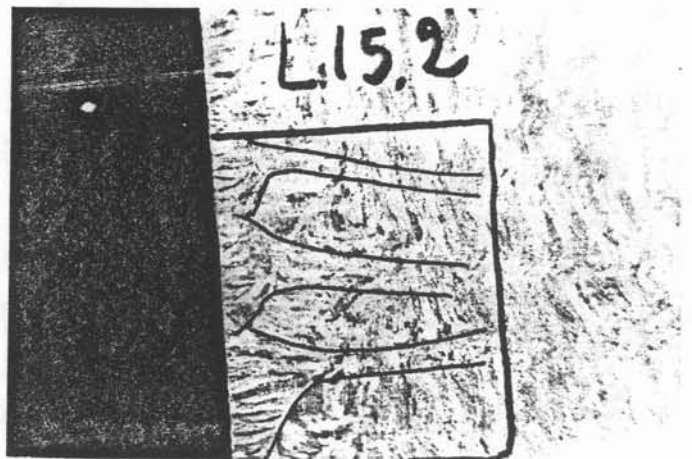
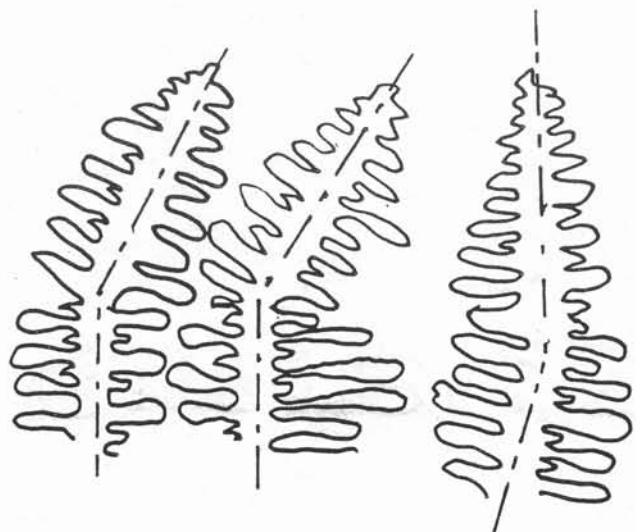


Figure 60a-60b : Allure des joints de grains
en régime permanent
en régime impulsionnel



II-8.2/ Porosités

Les lingots, coupés dans le sens longitudinal ou transverse, sont usinés très soigneusement et recouverts d'une couche très fine de fluorescéine. Celle-ci se loge dans les porosités et apparaît sous éclairage ultra-violet.

Les porosités liées à la présence de fentes du creuset apparaissent nettement lorsque la surface est très marquée (photos 17a, 22a). Par contre, si l'état de surface est correct, les zones en regard des fentes ne sont pas plus poreuses que les autres (photos 17b, 22b).

Une étude d'un lingot de 2024 tiré en régime permanent sans impulsions, montre qu'il présente relativement peu de porosités (photo 22c). Il est vraisemblable qu'un résultat analogue serait obtenu avec un lingot d'A5 élaboré dans les mêmes conditions.

Par contre, si la porosité est toujours relativement faible pour l'A5 impulsif (noté 3 sur une échelle allant de 0 pour les lingots très poreux à 5 pour ceux pour lesquels aucune porosité n'est visible) (photo 22d), elle est catastrophique pour le 2024 en impulsif (noté 0). Les fronts de solidification sont mis en évidence par une porosité rédhibitoire (photos 22e, 22f).

La forme irrégulière des porosités, observées par micrographie, indique que celles-ci sont en majeure partie des retassures (photo 23), et non pas dues à des problèmes de solubilité différentielle de gaz (hydrogène par exemple), qui créerait des porosités de forme arrondie.

La différence de comportement entre le 2024 obtenu en régime permanent et celui produit par la méthode impulsif s'explique par le changement d'orientation des grains à chaque coupure de puissance.

En régime permanent, les dendrites principales poussent parallèlement dans une direction donnée et se touchent à une distance égale au tiers environ de la profondeur de la zone pâteuse (figure 60a). Des poches liquides se forment entre les joints de grains [43], mais elles sont toujours alimentées par le haut, et lorsqu'elles se ferment, elles ont une taille suffisamment fine pour que les porosités créées par le retrait à la solidification ne soient pas visibles.

Par contre, en régime impulsif, la coupure régulière de puissance, accompagnée d'un retournement probable des vortex dans le bain liquide, change régulièrement le sens de croissance des branches latérales des dendrites, et les poches liquides se ferment plus tôt, alors que leur volume est beaucoup plus important (figure 60b). Elles donnent donc naissance à des porosités plus grosses, visibles par ressuage et observation sous éclairage ultra-violet.

La différence entre le 2024 et le 1050 impulsifs peut s'expliquer par la différence entre leurs intervalles de solidification.

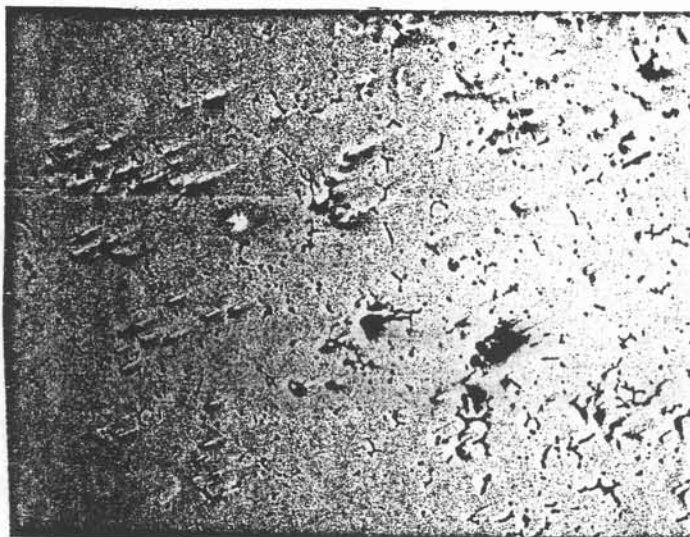


Photo 23 : Porosités dans un échantillon de 2024 ($G = 7.5$)

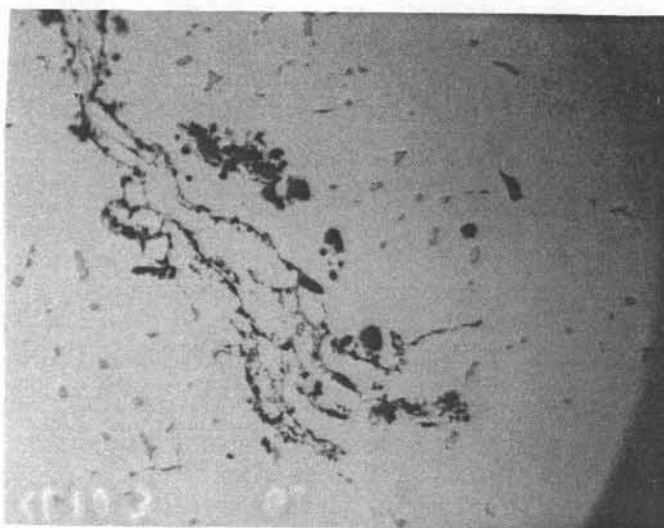


Photo 24 : Alumine dans un échantillon d'A5 ($G = 37.5$)

Les températures de liquidus T_L et de solidus T_S sont calculées par les formules :

$$T_L = T_L(al) + \sum_j m_j c_j$$

$$T_S = T_L(al) + \sum_j \frac{m_j}{k_j} c_j$$

où $T_L(al)$ est la température de fusion de l'aluminium pur (660°C), c_j le pourcentage massique de l'élément d'alliage j , m_j la pente du liquidus du diagramme de phase binaire aluminium - élément j , et k_j le coefficient de partition du soluté j dans les mêmes conditions (cf annexe 3).

L'intervalle de solidification vaut 115°C pour le 2024 ($T_L = 638^\circ\text{C}$, $T_S = 522^\circ\text{C}$), et uniquement 50°C pour 1050 ($T_L = 658^\circ\text{C}$ et $T_S = 609^\circ\text{C}$). Les poches sont donc environ deux fois plus petites pour l'A5, et il en est de même pour les porosités.

II-8.3/ Micrographies

La taille des grains n'a été mesurée, par la méthode des intersections, que sur le 2024. Elle se situe dans une gamme comprise entre 150 et 200 microns.

La vitesse locale de solidification, calculée à partir de la distance entre branches de dendrites secondaires (environ 50 microns), est de l'ordre de 1°C/s.

Ces deux valeurs sont correctes pour du 2024, mais gagneraient à être améliorées (diminution de la taille des grains et augmentation de la vitesse de refroidissement). Une augmentation de la vitesse de tirage irait dans le sens d'une amélioration.

Des micrographies sur des échantillons d'A5 ont mis en évidence la présence d'alumine (photo 24) dans les zones proches des parois. Leur présence est un élément défavorable, dû au mouvement intense dans le liquide au moment de la coupure de puissance, qui permet à des particules d'alumine de pénétrer dans le liquide, où elles restent parfois piégées. Leur nombre restreint permet cependant d'espérer qu'un mode de fonctionnement optimisé où les modifications de puissance se font de façon continue et sans à-coups, permettra de garder l'alumine à la surface.

Conclusion

Contrairement aux conclusions des essais effectués sur d'autres matériaux, en particulier le titane, le creuset froid ne semble pas particulièrement bien adapté à l'aluminium dans les conditions expérimentales que nous avons explorées.

Son domaine innovateur d'application, le recyclage direct des copeaux, ne présente pas pour l'instant de débouchés pour l'aluminium à cause des problèmes spécifiques que sont la faible masse volumique et surtout la présence d'un film d'oxyde très stable et continu.

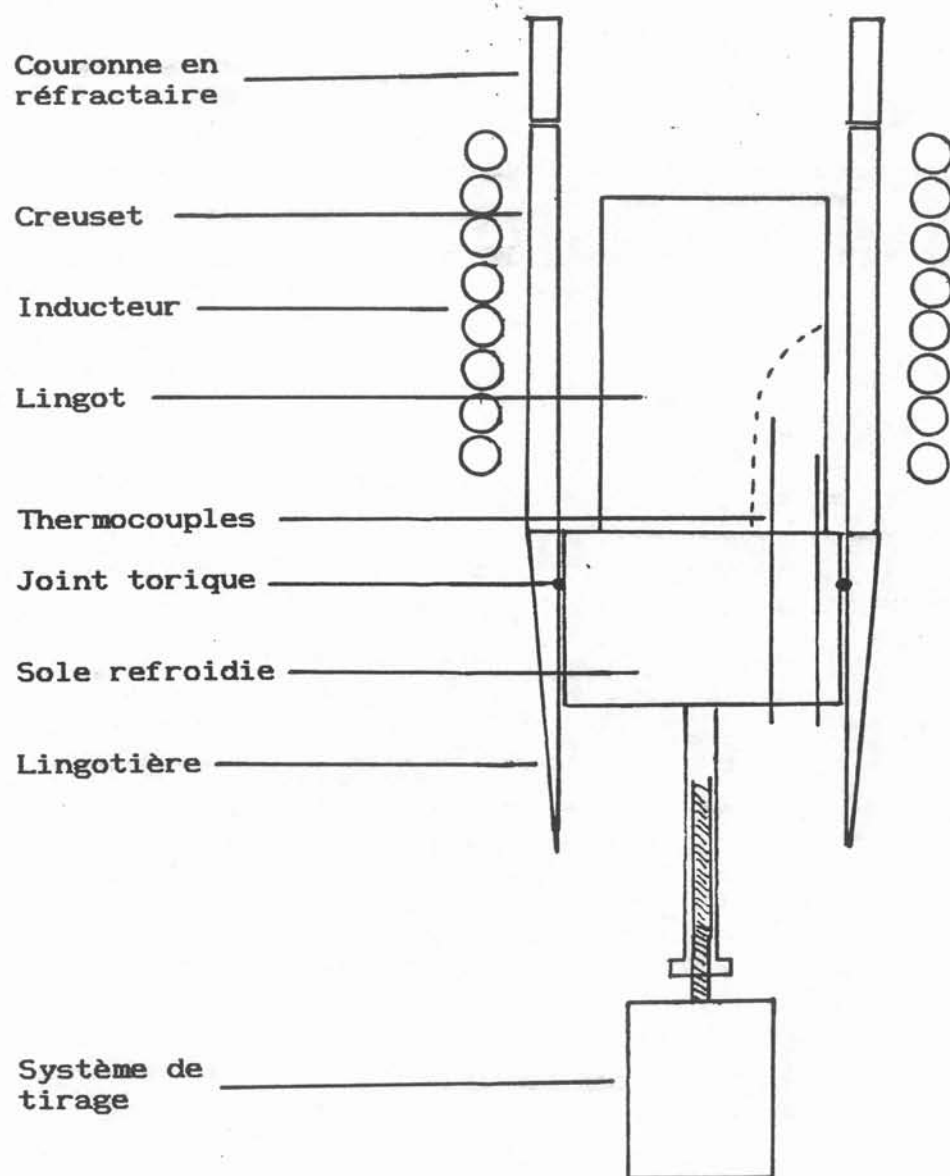


Figure 61 : Installation de fusion
de super-alliage

La refusion de lingots, application d'intérêt moindre pour le 2024 et l'aluminium-lithium a priori, permet cependant un affinage du grain, qui peut la rendre intéressante par rapport aux techniques classiques.

Par contre, elle pourrait permettre la mise en forme d'aluminium ultra-pur en suivant un mode opératoire très progressif, grâce auquel l'alumine éventuelle créée à la surface ne pourrait pas pénétrer au coeur du liquide.

Cette méthode permet l'élaboration de billettes de diamètre et de longueur variables, avec une grande souplesse d'adaptation.

II/ Fusion de super-alliage base nickel

Introduction

Le creuset froid peut être utilisé non seulement dans un but d'élaboration ou de recyclage, mais également dans un but d'affinage et d'amélioration de la structure métallurgique.

Il présente un intérêt particulier pour tous les matériaux élaborés par métallurgie des poudres pour avoir une taille de grains suffisamment fine, qui peut être obtenue en creuset froid grâce au brassage.

Une étude de faisabilité de fusion en statique de super-alliage base nickel a été effectuée pour la société HOWMET, filiale américaine de PECHINEY. Le but de cette étude préliminaire (six fusions) est la détermination du volume fondu et la mesure d'une éventuelle surchauffe, dans l'optique de la coulée et l'utilisation du métal à l'état liquide.

L'alliage utilisé est du MAR-M 247, dont les éléments d'alliage principaux sont le chrome, le cobalt et le tungstène.

II.1/ Configuration expérimentale

La configuration expérimentale est présentée dans la figure 61. L'inducteur utilisé est l'inducteur 8 spires dimensionné dans l'étude théorique du chapitre I. Il est noyé dans la résine et dépasse légèrement du creuset, aussi une couronne en matériau réfractaire, posée sur le creuset, est-elle nécessaire pour écranter le rayonnement qui pourrait détériorer l'inducteur. La température dans le liquide est mesurée par l'intermédiaire de deux thermocouples, tandis que la température en surface est enregistrée avec un pyromètre optique à 2 longueurs d'onde.

Dans l'étude théorique pour l'adaptation, la fréquence correspondant à la meilleure adaptation est proche de 15 kHz pour un lingot de 95 mm de diamètre. Pour une exploitation industrielle, le diamètre du lingot doit, en effet, être à peine inférieur à celui du creuset pour fonctionner dans les conditions de rendement optimal.

Pour des raisons d'ordre pratique, les lingots à fondre, à notre disposition, ont un diamètre de 75 mm : le couplage étant moins bon, l'inductance de l'installation, ainsi que l'impédance équivalente, augmente par rapport aux

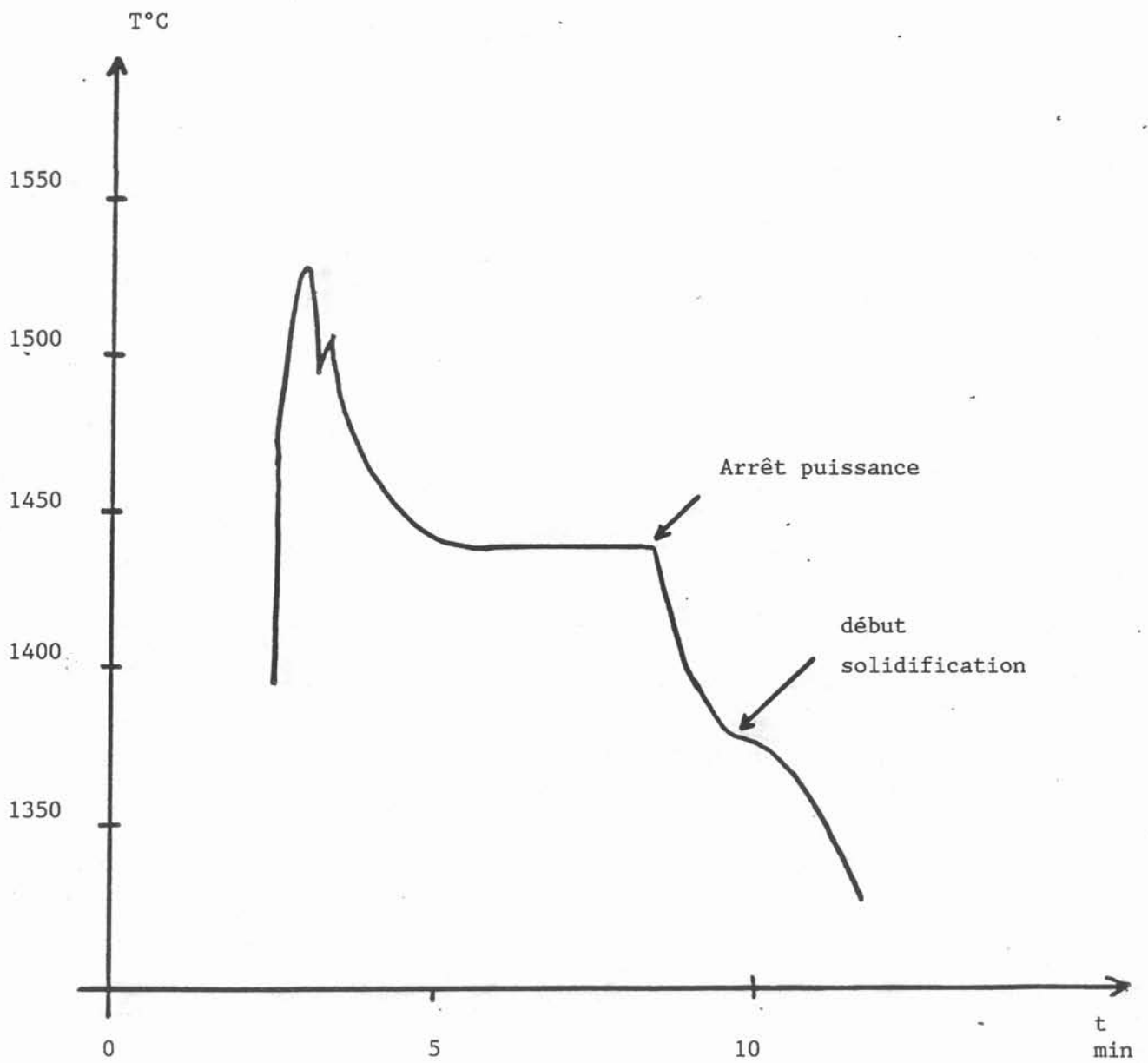


Figure 62 : Courbe de température à la surface
(pyromètre)

valeurs prédites par le logiciel. La fréquence d'adaptation optimale, déterminée à la suite de mesures par décrets logarithmiques (cf annexe 1), est proche de 12 kHz, ce qui correspond à une capacité de 30 μ F. Ce résultat est confirmé par le logiciel, lorsque les grandeurs électriques sont calculées avec une charge de 75 mm de diamètre.

D'autre part, le calcul théorique indique que le rendement est optimum lorsque la sole est placée 1 cm en-dessous de la première spire de l'inducteur, et à ras des secteurs (cf paragraphes II-6 et II-7 du chapitre II).

L'inducteur utilisé ne descend pas aussi bas, aussi faudrait-il monter la sole pour augmenter le volume dans la zone active du creuset, qui est au niveau de l'inducteur. Cependant le joint assurant l'étanchéité de l'atmosphère, au niveau de la sole, étant situé à 2 cm au-dessous de sa surface supérieure, il n'est pas possible de la monter autant qu'il serait souhaitable, sous peine de fuites de gaz par les fentes du creuset.

Aussi, les deux configurations étudiées ont été :

- sole à ras des secteurs
- sole 2 cm au-dessus de la jonction lingotière-creuset

Le lingot à fondre est un lingot de 75 mm de diamètre, de hauteur variant entre 15 et 21 cm. Il est percé d'une fente pour le passage des thermocouples, la dureté du métal ne permettant pas d'y faire des trous. Les trois premiers essais n'ont pas donné de très bons résultats à cause des problèmes d'étanchéité de l'enceinte : une fuite au niveau des amenées de courant a été très difficile à mettre en évidence. De plus, le réfractaire utilisé pour les premiers essais n'avait pas été suffisamment étuvé et de la vapeur d'eau s'en dégageait.

Les trois essais suivants ont donné de meilleurs résultats. Les deux premiers ont été réalisés dans des conditions identiques (sole à ras des secteurs), le troisième en montant la sole de 2 cm.

La puissance est injectée progressivement jusqu'à environ 85 kW, après qu'un vide suivi d'un remplissage d'argon ait été effectué. Le lingot commence par se pencher (le bas du lingot fond en premier), puis fond en remplissant le creuset tandis qu'un dôme très plat se forme. La striction en face des fentes, bien que peu profonde, est nettement visible.

Lorsque l'état stationnaire semble atteint, au bout d'un quart d'heure environ, la puissance est coupée, et lorsque le lingot est totalement refroidi, il est sorti du creuset.

II-2/ Surchauffe

Il est nécessaire de connaître la température de fusion de l'alliage pour calculer la surchauffe dans le bain. N'ayant pas été fournie, elle est déterminée par analyse thermique différentielle et estimée à 1365°C.

La température de surface mesurée avec le pyromètre optique monte jusqu'à 1530°C environ avant que le lingot ne remplisse le creuset : les pertes par conduction ont lieu uniquement au contact de la sole, et sont faibles puisque la

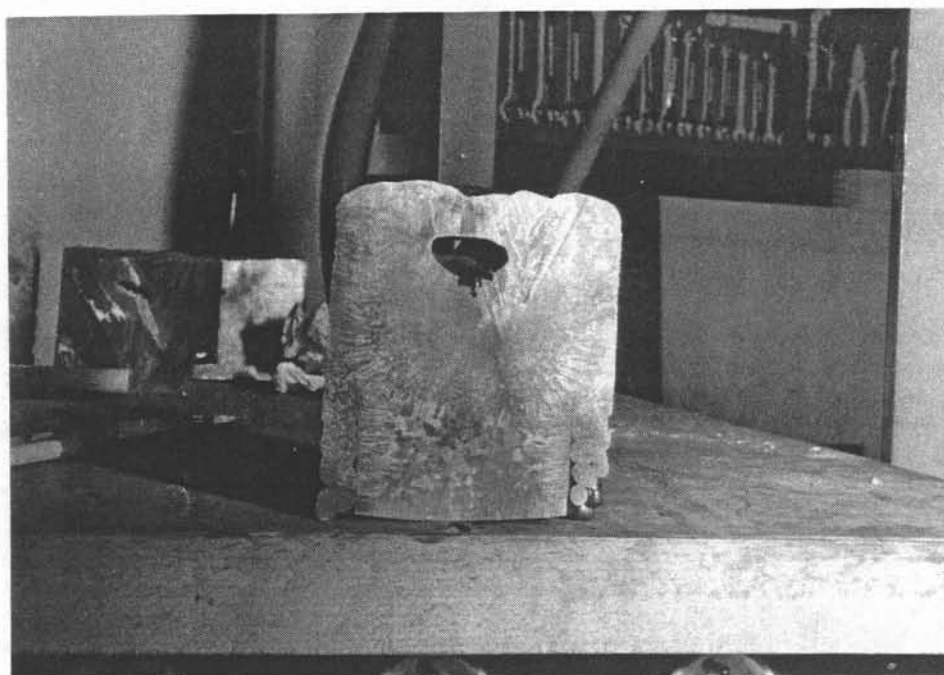


Photo 26 : Coupe longitudinale d'un lingot de MAR M 247



Photo 25 : Lingot de super-alliage

température de l'eau de refroidissement de celle-ci varie de moins d'un degré malgré le débit très faible (environ 10 litres par minute).

Elle diminue ensuite pendant le régime transitoire de remplissage du creuset, qui est relativement long (1 à 2 minutes) à cause de la viscosité du métal fondu, et se stabilise autour de 1450°C (figure 62).

Lorsque la puissance est coupée, la température diminue régulièrement avec un palier au début de la solidification.

La température maximale mesurée avec les thermocouples atteint 1385°C, à environ 6 cm du bas de la sole, c'est-à-dire dans une zone qui n'est pas située dans la partie active du creuset.

Le métal est donc soumis à une surchauffe d'au moins 20°C dans le bain et qui atteint 85°C à la surface. La présence de forts gradients thermiques est justifiée par un brassage relativement faible, bien que l'on soit proche de la fréquence optimale de brassage : la forte masse volumique de l'alliage est un obstacle au mouvement.

II-3/ Analyse du lingot

Le lingot solidifié garde la marque des strictions en face des fentes sur son sommet (photo 25).

Une coupe, suivie d'une attaque chimique par une solution de 800 ml de perchlorure de fer, 100 ml d'acide chlorhydrique, 5 ml d'acide nitrique et 95 ml d'eau, permet de déterminer le pourcentage de métal fondu pour les deux positions de la sole.

Dans tous les cas, le lingot est divisé en 3 zones, l'une correspondant à la partie qui n'a pas du tout fondu, le deuxième à la quantité de métal qui a fondu et coulé entre le lingot et le creuset, et s'y est solidifié. La troisième est celle qui nous intéresse c'est à dire le volume fondu (figure 63, photo 26). La répartition du volume des 3 zones pour les divers essais (sauf le premier) est présentée dans le tableau de la figure 64.

Ce volume, d'environ 68 % du volume total lorsque la sole est basse, atteint 77 % lorsque le lingot est introduit plus profondément dans l'inducteur. Avec une sole arrivant à ras de l'inducteur et un lingot initial plus large (95 mm), il semble tout à fait possible de fondre 90 % du métal.

Conclusion

Cette étude préliminaire a montré la faisabilité de la fusion en creuset froid de super-alliage base nickel. L'analyse métallurgique des lingots, faite par la société HOWMET, ne nous a pas encore été communiquée, mais les résultats concernant la surchauffe et le pourcentage de volume fondu sont très encourageants.

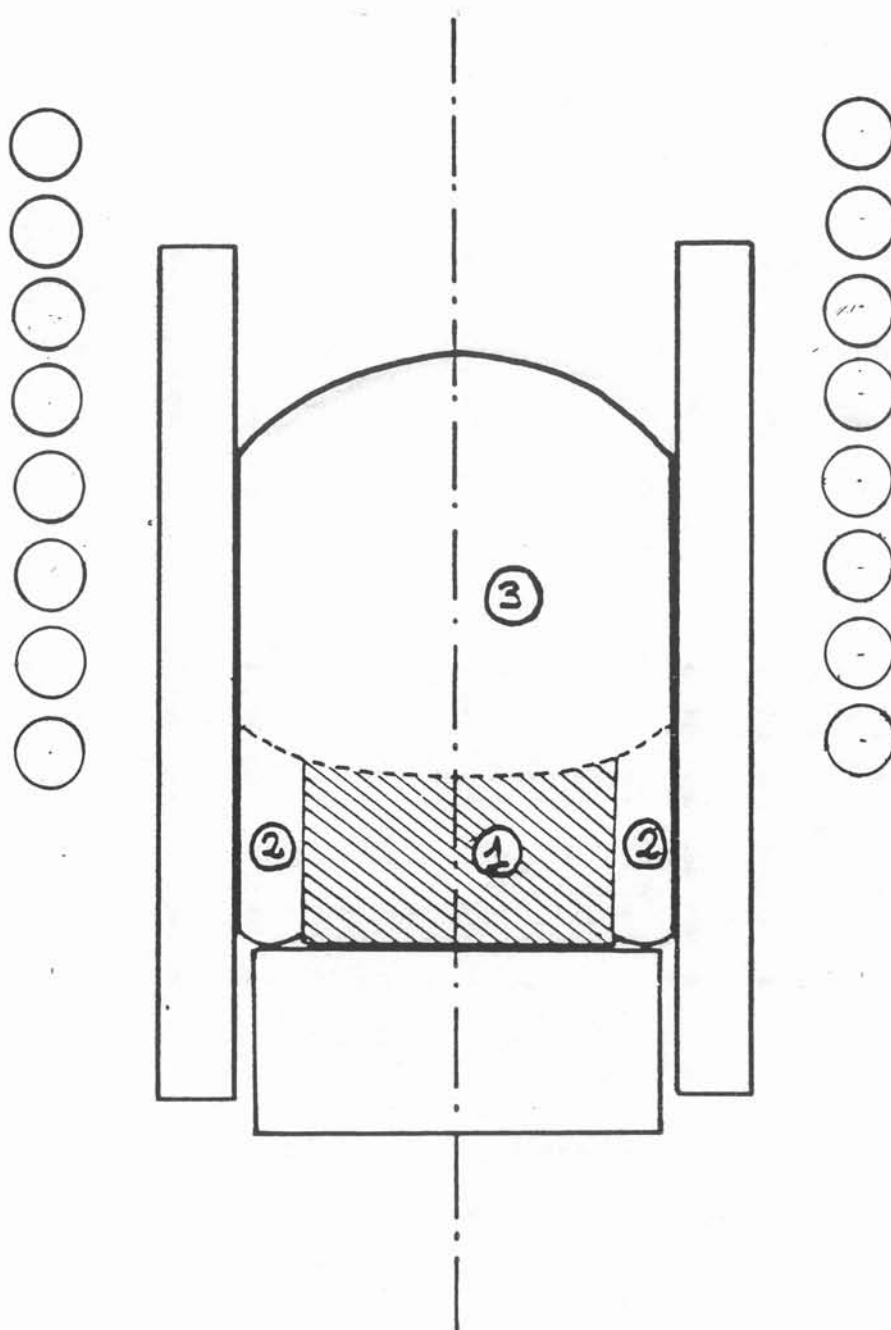


Figure 63 : 3 zones

- zone 1 : métal infondu
- zone 2 : métal fondu resolidifié
- zone 3 : métal fondu

ESSAI		2	3	4	5	6
Zone 1	%	16	17	12	19	11
Zone 2	%	15	16	17	16	12
Zone 3	%	69	67	71	65	77

Figure 64 : Pourcentage volumique des 3 zones définies dans la figure 63

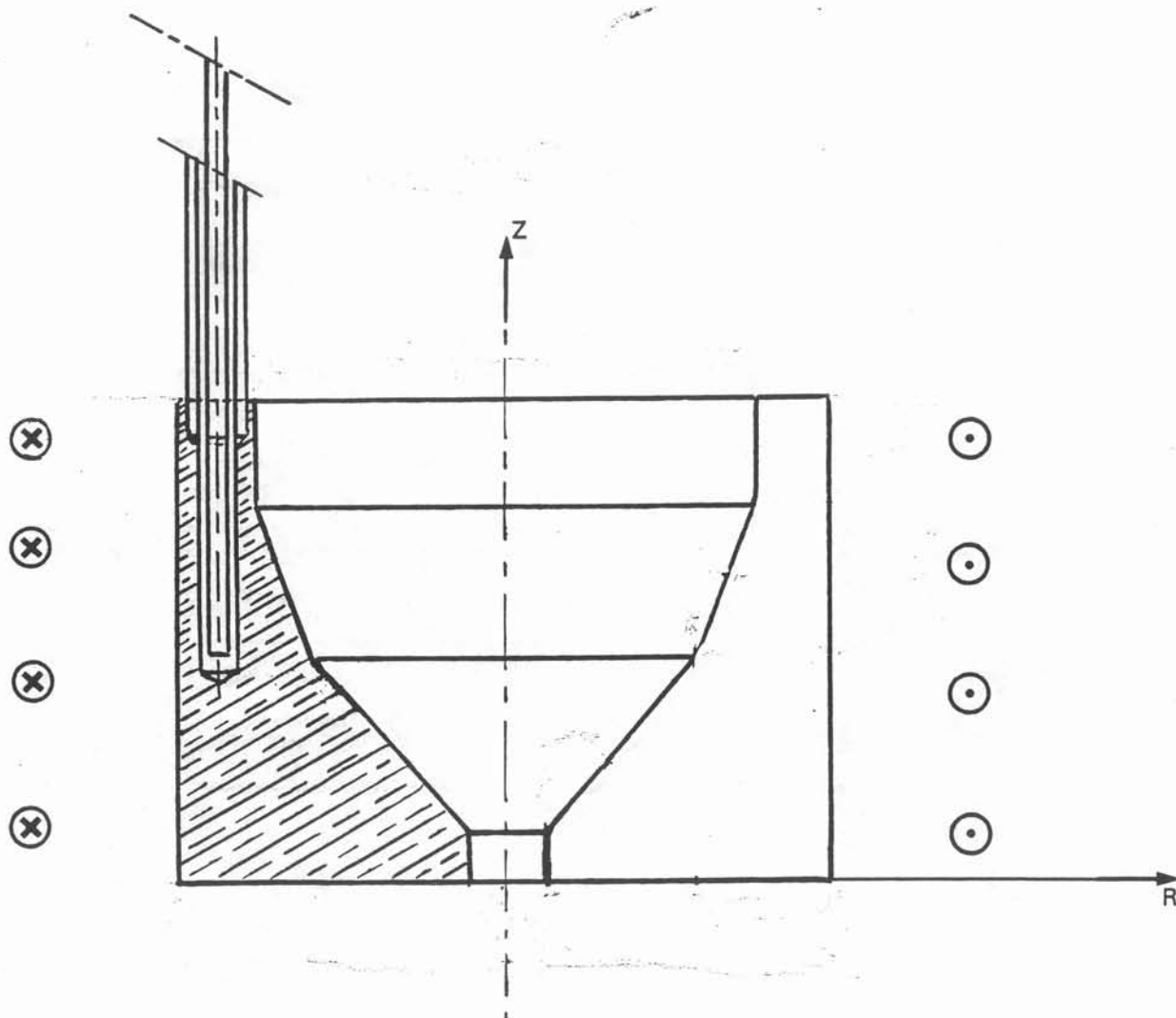


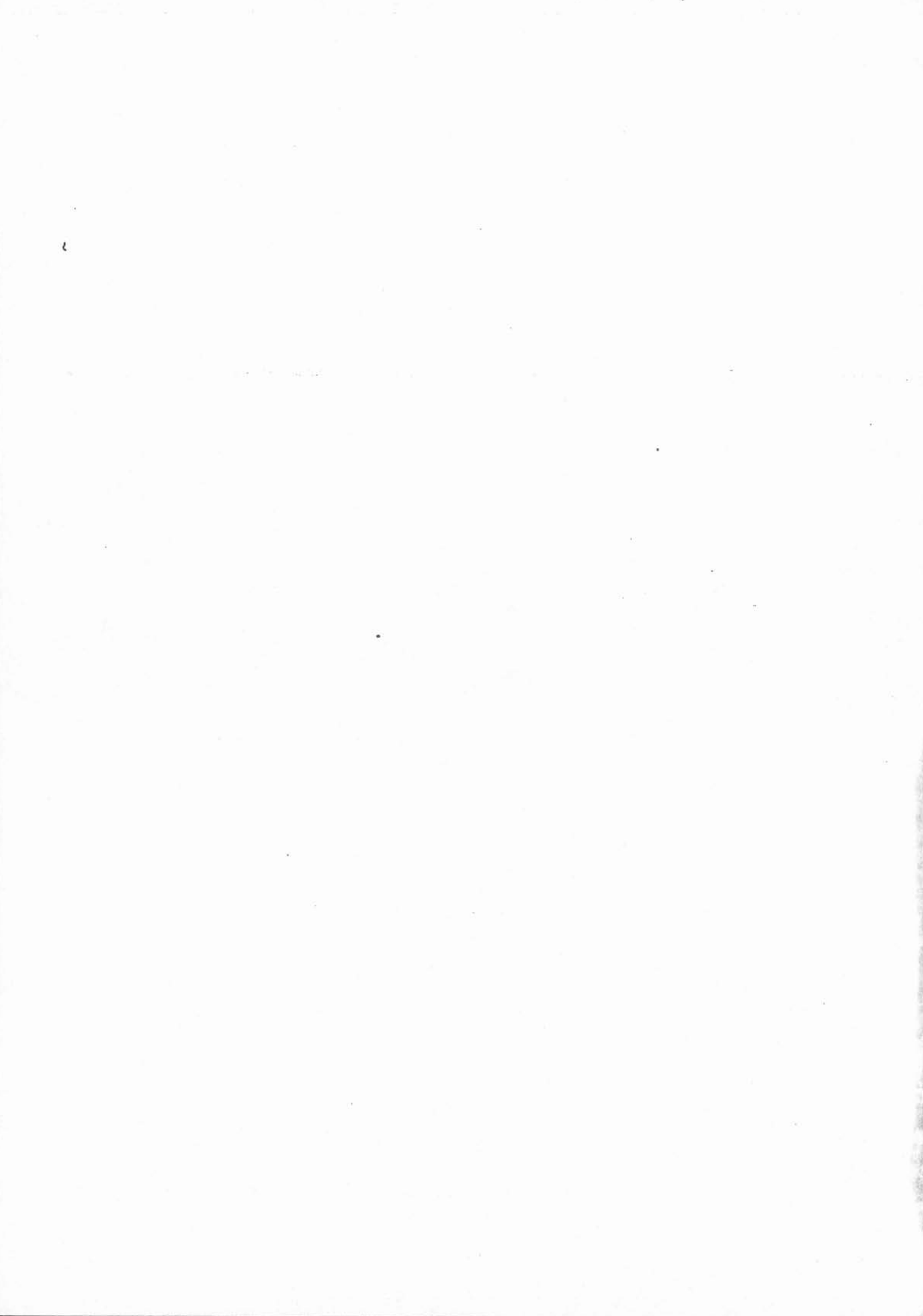
Figure 65 : Coupe d'un creuset de lévitation

Une autre configuration conviendrait cependant mieux à l'application envisagée : la fusion en creuset froid de lévitation (figure 65).

Dans cette configuration, tout le volume du métal fond, les points de contact avec le creuset étant en général renouvelés. La surchauffe du métal est favorisée par la surface de contact réduite avec le creuset. De plus, la coulée du métal liquide est beaucoup plus facile à mettre en oeuvre qu'avec un creuset droit.

Cette solution est celle qui sera proposé si une suite, espérée, est donnée à cette étude très prometteuse.

CONCLUSION



Ce travail, qui s'intègre dans le contexte du génie des procédés d'élaboration des matériaux, avait un objectif finalisé clairement défini : élaborer en continu à partir de copeaux ou de barreaux massifs des lingots d'alliages d'aluminium ultrapur avec des caractéristiques métallurgiques données et des contraintes de pureté à respecter. Cet objectif, qui n'a pas été atteint, fait de l'aluminium et ses alliages, un cas particulier, unique à l'heure actuelle, qui aurait sans doute condamné la technique étudiée si l'application à d'autres matériaux n'avait été menée avec succès par ailleurs.

Les difficultés nombreuses rencontrées ont conduit à exploiter de façon combinée les techniques expérimentales et la simulation numérique. Cette approche a permis à la fois de progresser dans la connaissance du procédé de coulée continue en creuset froid et a conduit à des améliorations importantes des outils de modélisation numérique.

Ainsi le logiciel SOCRATE, qui était limité aux fréquences élevées conduisant à des épaisseurs de peau électromagnétiques très fines, a été étendu à toutes les gammes de fréquence. L'outil numérique ainsi mis au point, qui conserve son avantage précieux de ne nécessiter la discrétisation que des éléments électroconducteurs, est plus performant que les logiciels exploitant les techniques d'éléments finis. De plus, la modélisation de l'inducteur est désormais possible. Ce point est d'importance, compte-tenu de l'influence très grande de la géométrie et de la position de l'inducteur sur les conditions de fusion et les propriétés du matériau élaboré. En outre, un module important a été rajouté, qui permet la prise en compte d'éléments dont la perméabilité magnétique diffère de celle du vide, à la condition cependant qu'aucun phénomène de saturation n'apparaisse.

C'est la surface libre du liquide contenu dans le creuset froid qui a été à l'origine de tous les problèmes rencontrés. La géométrie d'équilibre de la surface libre est tridimensionnelle, formée généralement d'un doigt central entouré de canelures radiales, dont la périodicité est identique à celle des secteurs. Cette géométrie est le résultat de l'interaction entre les phénomènes électromagnétiques et hydrodynamiques, qui se trouvent couplés de façon non linéaire au niveau des conditions aux limites à la traversée de la surface libre. Cette géométrie modifie complètement les caractéristiques du brassage, qui se produit au voisinage de la paroi du creuset en sens inverse de celui habituellement rencontré. Elle modifie considérablement les transferts thermiques entre le liquide et le creuset, et influence ainsi négativement la structure de solidification et l'état de surface du lingot. Actuellement, la prédiction de la géométrie de cette surface libre est hors de portée. De plus, le couplage entre les phénomènes et la géométrie tridimensionnelle rendent délicate l'analyse physique visant à préciser les paramètres influents et leur effet spécifique. Sans aucun doute, c'est dans ce domaine qu'un effort particulier doit être fait, qui devra se concrétiser par un outil numérique de prédiction.

Devant cette impuissance de la modélisation numérique à analyser, puis à résoudre le problème de la surface libre, l'approche systématique qui a été faite conduit à des résultats précieux vis-à-vis du procédé. Les résultats dépassent très largement le cas particulier de l'aluminium. Des règles précises de conception ont pu être dégagées, fixant les paramètres influant sur la géométrie de la surface libre. La reproduction, sur les matériaux tels que le titane, des surfaces libres de géométrie perturbée, est la meilleure démonstration de la validité des analyses faites. Cependant, des contraintes d'ordre technologique, au niveau des

générateurs de puissance et des systèmes d'adaptation d'impédance, rendent problématique la réunion des conditions nécessaires à l'obtention d'une surface libre axisymétrique. De plus, les caractéristiques physiques de l'aluminium sont un obstacle majeur à l'obtention simultanée des conditions de brassage optimales et de la surface libre de bonne géométrie.

Cependant, l'ensemble de résultats concernant les gammes de paramètres à respecter ou la mise au point d'un mode opératoire particulier, sont applicables aux autres matériaux. Une application directe est possible pour la fusion et la mise en forme de super-alliage base-nickel. Les résultats qui ont été obtenus sont très encourageants, et mériteraient une poursuite de l'étude dont les probabilités de succès sont très grandes. L'intérêt de la fusion en creuset froid pour ce type de matériau réside à la fois dans la non-pollution et dans le contrôle de la structure métallurgique, grâce à l'affinage de grain par le brassage électromagnétique.

Peut-être serait-il hasardeux de condamner définitivement la technique de refusion et de mise en forme de l'aluminium par la technique du creuset froid. Des essais complémentaires sur l'aluminium ultra-pur devraient, compte-tenu des résultats préliminaires obtenus, ouvrir un domaine d'applications, qui, générateur de progrès, pourrait s'étendre à certains alliages.

Sur le plan scientifique, le couplage entre les phénomènes électromagnétiques, hydrodynamiques, thermiques et métallurgiques est désormais envisageable dans les cas où la géométrie de la surface libre n'est pas de nature fortement tridimensionnelle. Le logiciel mis au point à l'issue de ce travail pourrait constituer l'élément central d'un code de calcul associant les modules hydrodynamique et thermique, ainsi que les modules liant l'aspect thermoconvectif du liquide et la taille de grain de solidification. Les divers éléments constitutifs, élaborés par plusieurs équipes du laboratoire, sont maintenant opérationnels.

Le code de calcul résultant, qui aura bénéficié des expériences heureuses et malheureuses visant à l'exploitation du creuset froid, devrait permettre de sélectionner les matériaux pour lesquels cette technologie est particulièrement bien adaptée et, comme outil d'aide à la conception, favoriser la multiplication des installations exploitées en site industriel.

ANNEXES

ANNEXE 1

METHODE DU DECREMENT LOGARITHMIQUE

Cette méthode permet de mesurer les valeurs de résistance et d'inductance totales.

Un banc de condensateurs est chargé sous une tension continue. Le signal de décharge (figure 1) dans le circuit oscillant constitué du coffret de condensateurs en série avec l'ensemble inducteur-creuset-charge est observé à l'oscilloscope (figure 2).

Ce signal est la représentation d'une équation de la forme :

$$V = V_0 e^{-(R/2L)t} \cos(\omega t + \phi)$$

où R et L sont respectivement la résistance et l'inductance totales ramenées au primaire de l'installation et ω la pulsation de résonance, qui se réduit dans la majorité des cas à :

$$\omega = 1 / \sqrt{LC}$$

La mesure sur le signal observé de la période T et de la décroissance des amplitudes entre deux points séparés par n périodes permettent de déterminer l'impédance de l'installation :

$$L = \frac{1}{C\omega^2} = \frac{T^2}{4.C.\pi^2}$$

$$R = \frac{L.f}{2.n} \text{ Log}\left(\frac{A_{0-} + A_{0+}}{A_{n-} + A_{n+}}\right)$$

A_{0-} , A_{0+} , A_{n-} , A_{n+} étant définis sur la figure 2.

Cette méthode est très simple d'emploi, mais présente cependant quelques limitations :

* elle n'est pas utilisable en cours de chauffage, puisqu'il est impossible de brancher l'alimentation continue sur le coffret de condensateurs lorsque le générateur fonctionne, sous peine de détérioration. Pour faire des comparaisons sur des essais en cours de chauffage, il faut donc arrêter le générateur, ce qui entraîne, à cause du refroidissement qui suit, une légère

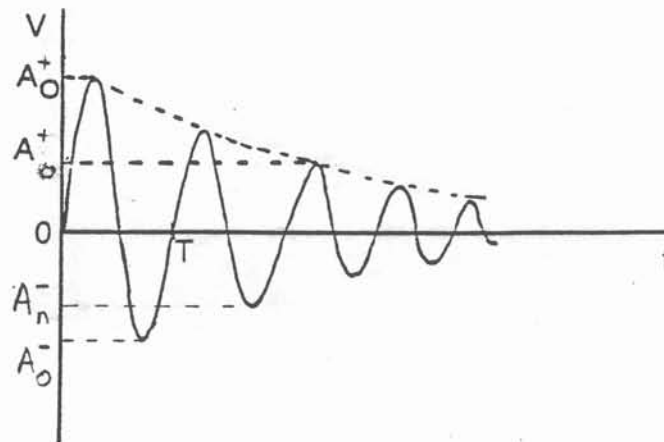


Figure 1 : Signal de décharge des condensateurs

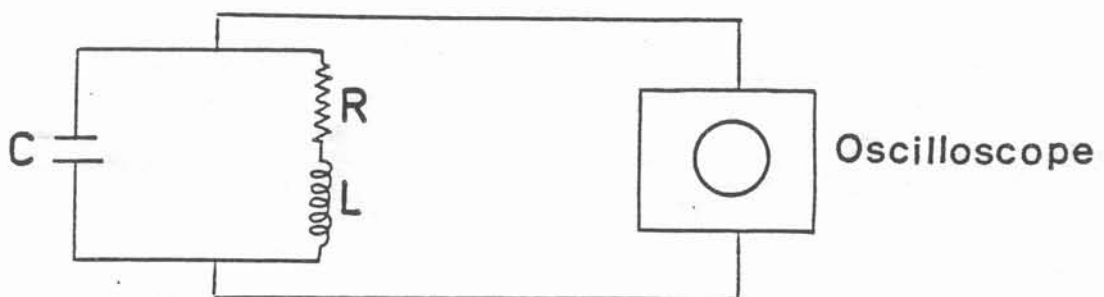


Figure 2 : Montage du décrément logarithmique

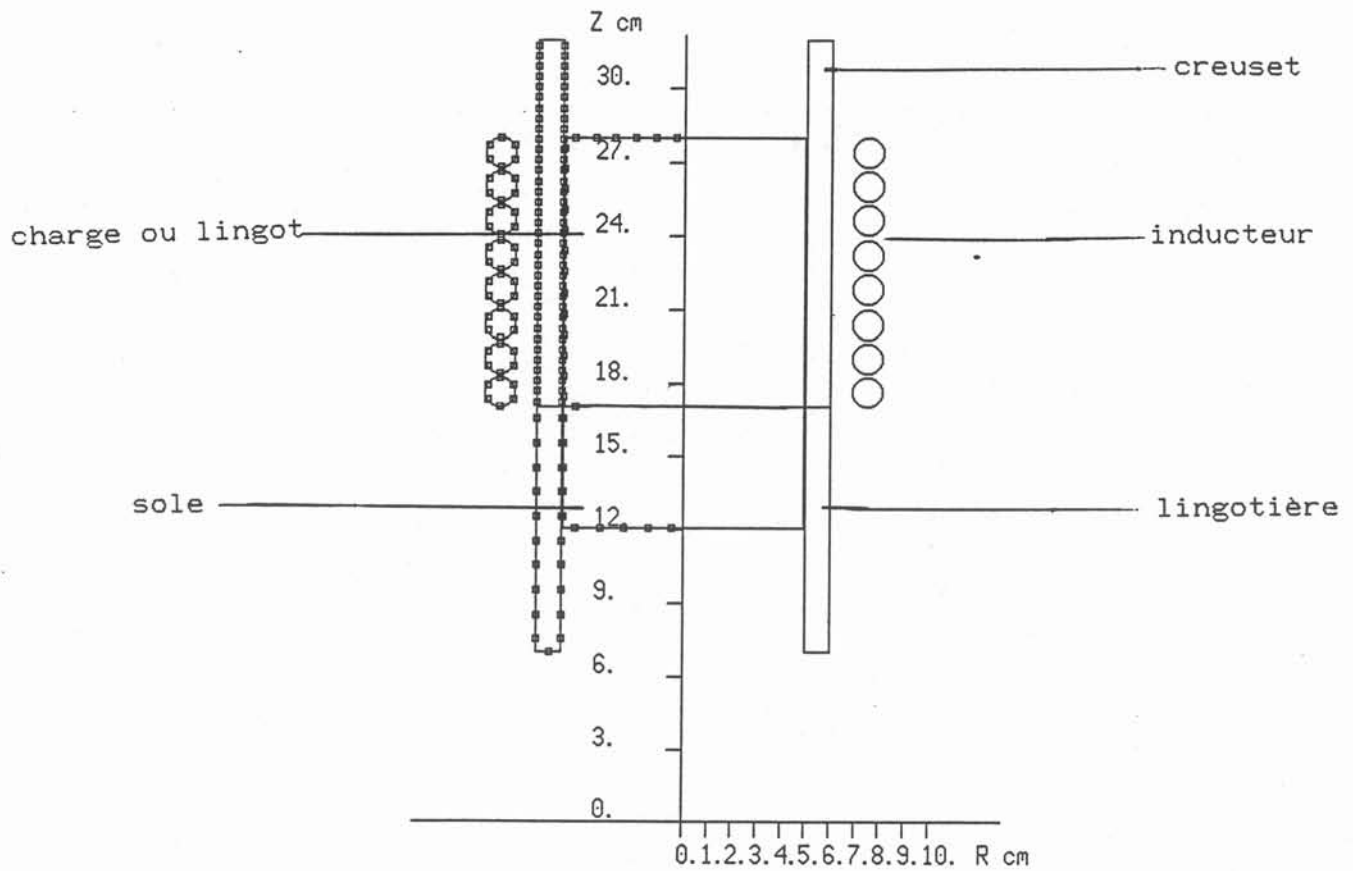
modification des propriétés physiques des matériaux chauds, et donc une imprécision dans la mesure.

* elle ne donne que les valeurs globales R_t et L_t du circuit, et pas les valeurs de résistance de chacun des éléments qui le constituent..

Cette méthode est cependant très utilisée, notamment pour mesurer l'impédance équivalente des circuits.

ANNEXE 2

GEOMETRIES ETUDIEES DANS LE PARAGRAPHE II DU 2ème CHAPITRE



Demi-coupe de la configuration
Les petits carrés représentent les centres des mailles (surfaceutes)

Configurations de la figure 41

4 spires

6 spires

8 spires

Courbe 41a : influence du nombre de spires pour un inducteur de hauteur inférieure à celle de la charge.

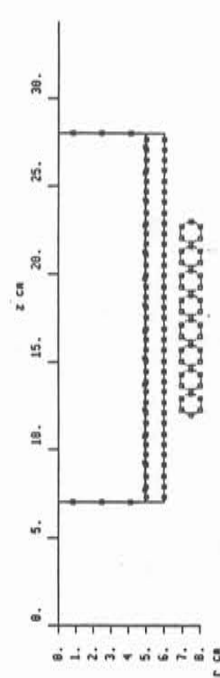
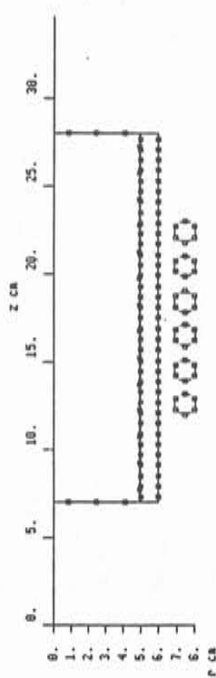
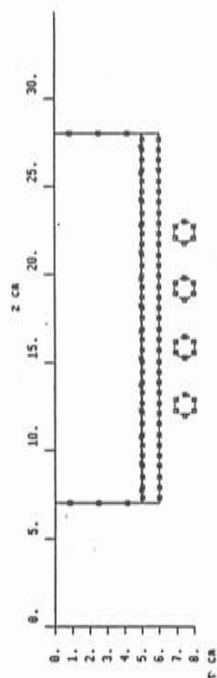
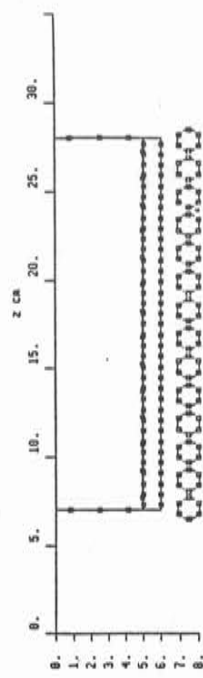
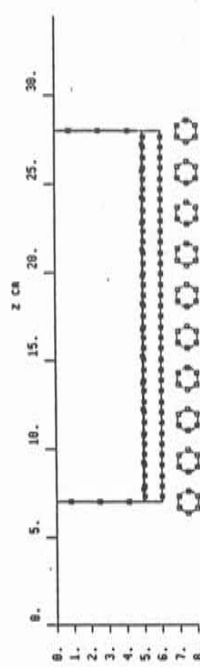
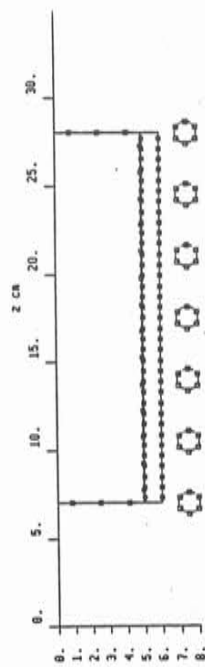
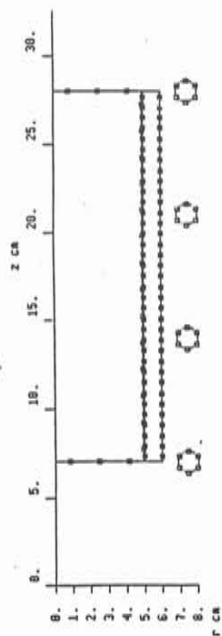
4 spires

7 spires

10 spires

14 spires

Courbe 41b : influence du nombre de spires pour un inducteur de hauteur égale à celle de la charge.



Configurations de la figure 43

8 mm

12 mm

16 mm

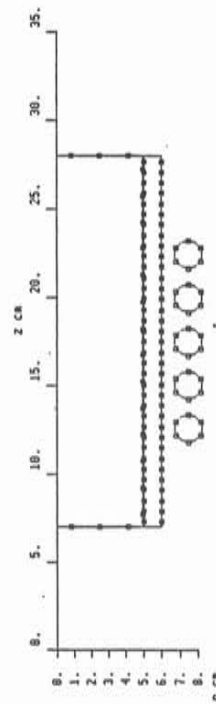
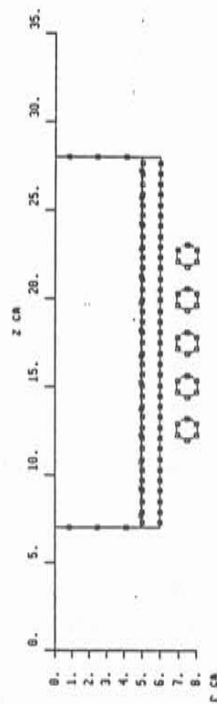
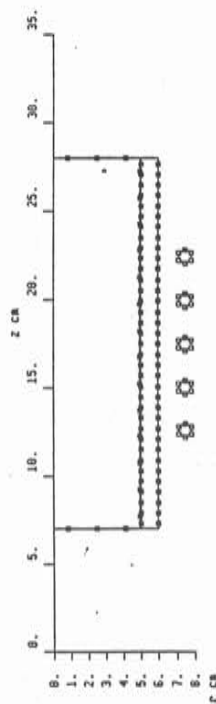
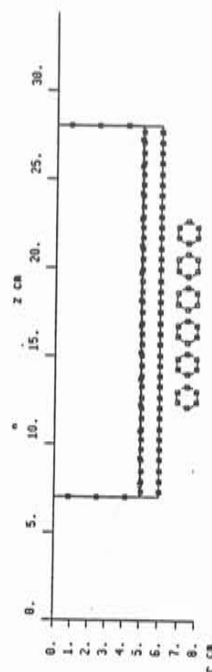
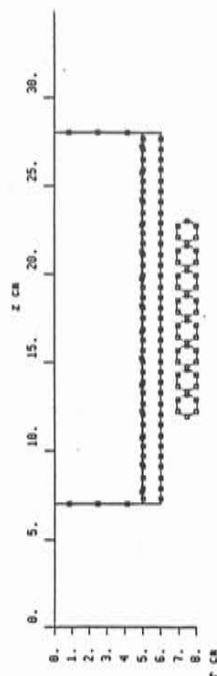
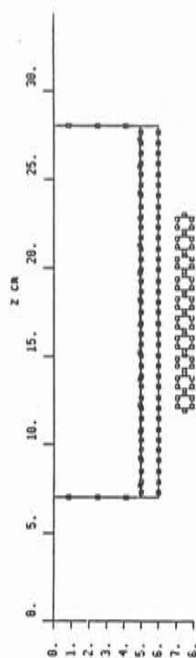
Courbe 43a : influence du diamètre des spires pour un inducteur de hauteur et de nombre de spires fixé.

10 spires

8 spires

6 spires

Courbe 43b : influence du nombre de spires (jointives) pour un inducteur de hauteur fixée.



Configurations de la figure 45

$h = 0$ $h = 36 \text{ mm}$ $h = 60 \text{ mm}$ $h = 84 \text{ mm}$ $h = 108 \text{ mm}$

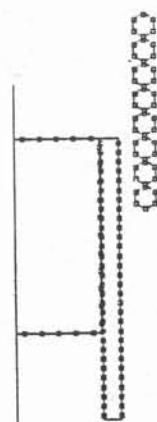
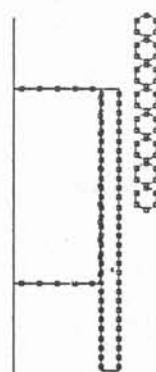
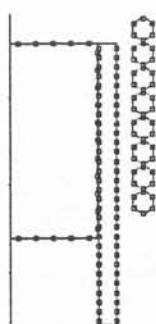
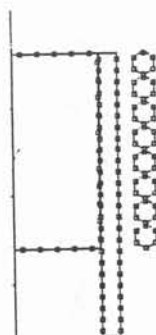
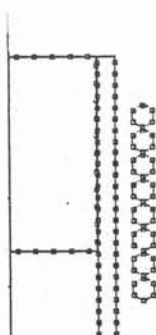
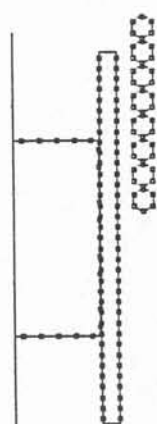
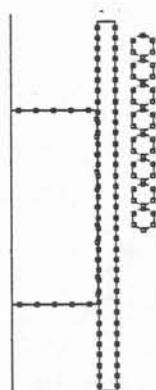
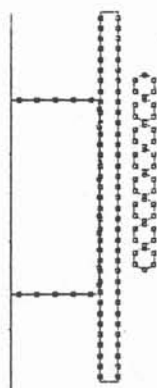
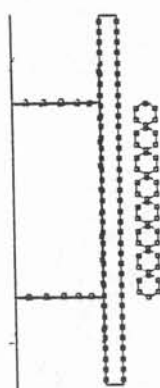
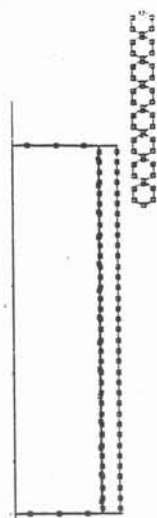
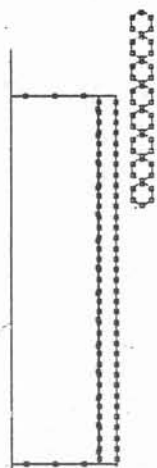
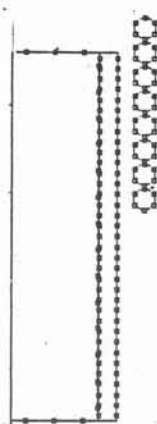
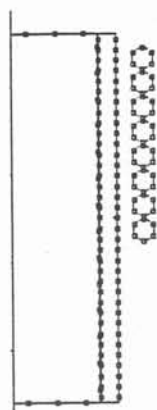
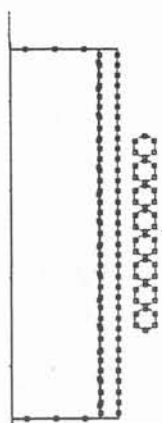
Courbe 45a : influence de la position de l'inducteur pour une charge longue. h est la distance entre la mi-hauteur du creuset et le milieu de l'inducteur

$h = 0$ $h = 12 \text{ mm}$ $h = 36 \text{ mm}$ $h = 60 \text{ mm}$

Courbe 45b : influence de la position de l'inducteur pour une charge courte. h est la distance entre la mi-hauteur du creuset et le milieu de l'inducteur.

$h = -24 \text{ mm}$ $h = 0$ $h = 12 \text{ mm}$ $h = 36 \text{ mm}$ $h = 60 \text{ mm}$

Courbe 45c : influence de la position de l'inducteur pour une charge courte et un creuset dissymétrique. h est la distance entre la mi-hauteur du creuset et le milieu de l'inducteur.



Configurations de la figure 47

$d = -2$

$d = -1$

$d = 0$

$d = 1$

$d = 2$

Courbe 47a : l'inducteur est à ras de la lingotière
La distance d représente la distance en cm entre la jonction sole-lingot et la
jonction creuset-lingotière.

$d = -2$

$d = -1$

$d = 0$

$d = 1$

$d = 2$

Courbe 47ab: l'inducteur est à 12 mm au-dessus de la lingotière
La distance d représente la distance en cm entre la jonction sole-lingot et la
jonction creuset-lingotière.

$d = -2$

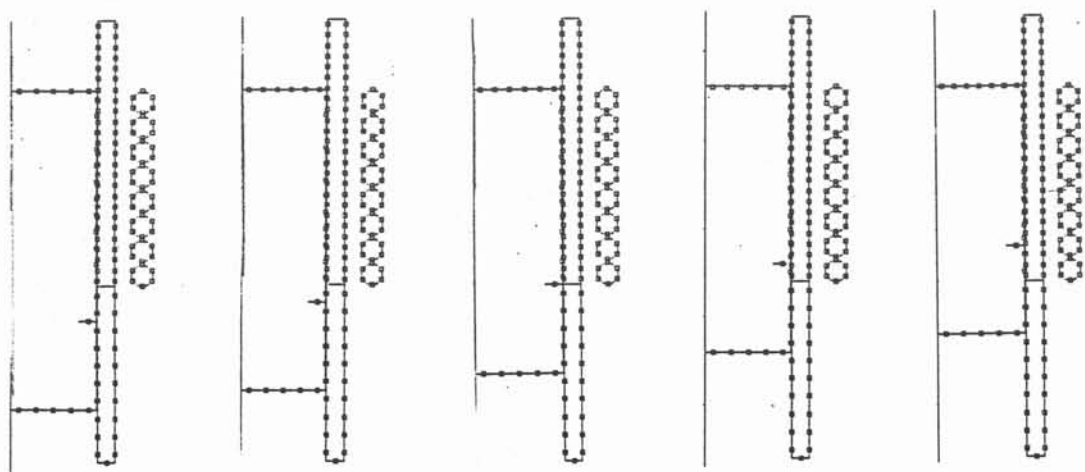
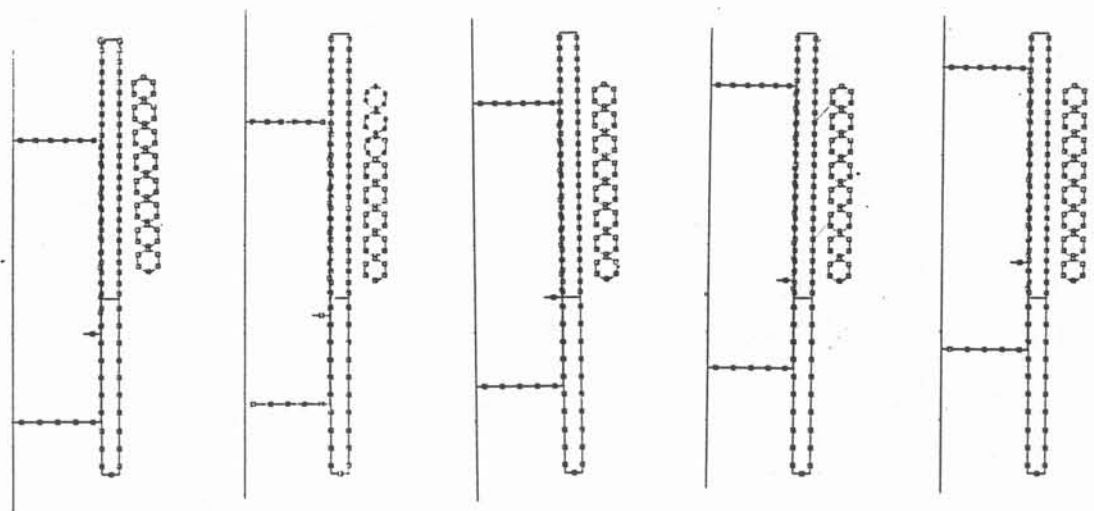
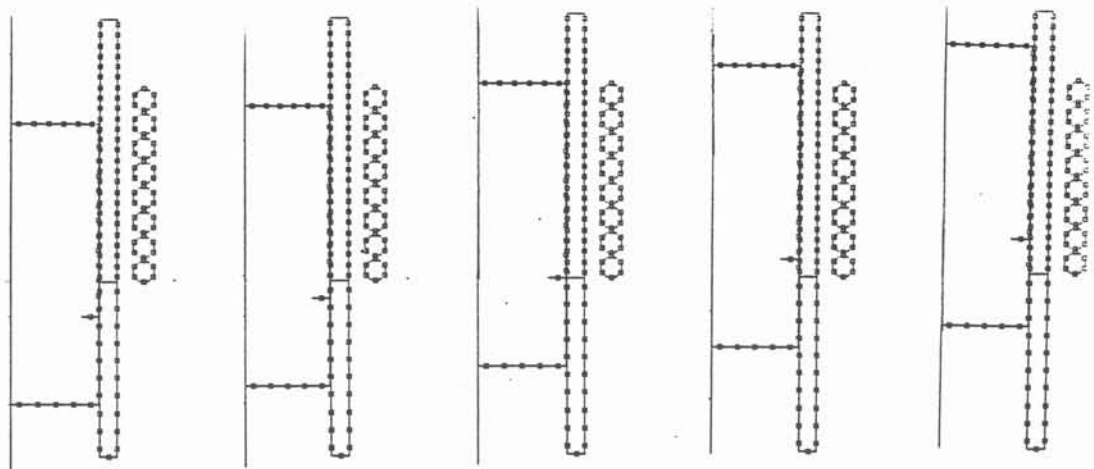
$d = -1$

$d = 0$

$d = 1$

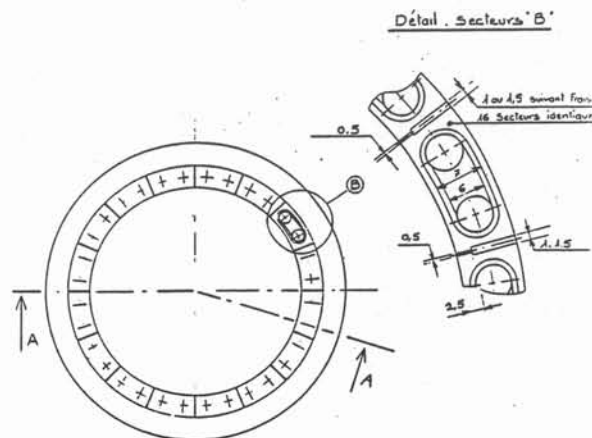
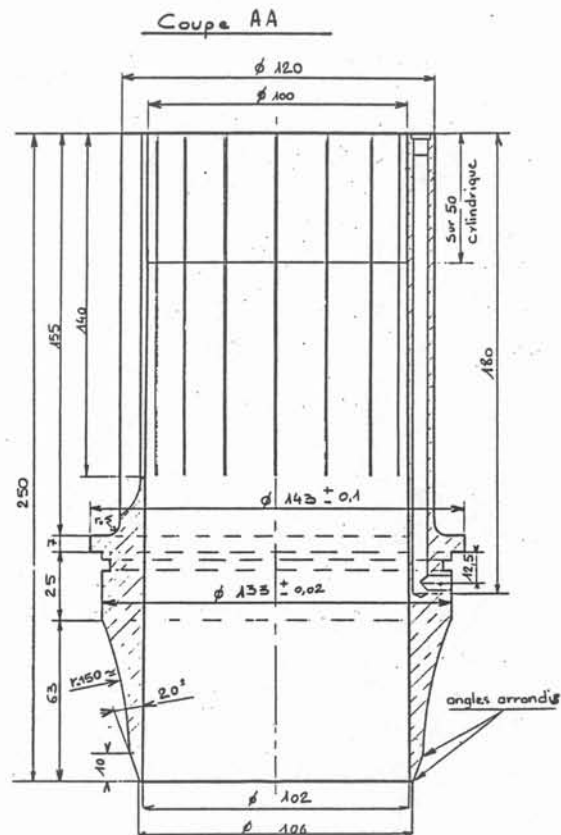
$d = 2$

Courbe 47ac: l'inducteur est à ras de la lingotière
La distance d représente la distance en cm entre la jonction sole-lingot et la
jonction creuset-lingotière. La longueur du lingot varie de façon à arriver
toujours à ras du sommet de l'inducteur.



ANNEXE 3

PLAN D'UN CREUSET FROID
16 SECTEURS (CR1)



ANNEXE 4

DONNEES SUR L'ALUMINIUM

Résistivité à l'état solide : $2.6 \cdot 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$

Résistivité à l'état liquide : $24 \cdot 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$

Masse volumique : $2.7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Composition moyenne des alliages d'aluminium 1050 et 2024
(pourcentages massiques) :

1050 : 0.3 % Fe
0.1 % Si

2024 : 4.4 % Cu
1.35 % Mg
0.6 % Mn
0.15 % Fe
0.1 % Si

Pente du liquidus m_j et coefficient de partition k_j des
solutés j dans l'aluminium :

	Cu	Mg	Mn	Si	Fe
m_j (K/%)	-3.39	-4.91	-0.75	-5.93	-4.44
k_j	0.17	0.3	0.75	0.12	0.029

BIBLIOGRAPHIE

- 1 - LA. BERTRAM, J. ZANER. Plasma and MHD problems in vacuum consumable arc remelting. Proceedings of IUTAM Symposium Metallurgical Applications of MHD, Cambridge 1982.
- 2 - BB. PELTS et al. Induction plasma furnaces are a new progressive type of electroheat equipment. 10 th Int. Congress of Electrothermie, Stockholm, june 84.
- 3 - AP. GUBCHENLO, MY. STOLOV, LL. Teer, NI. FOMIN. New trends in the development of induction melting furnaces. U.I.E. 11, oct 88, B8. 3.
- 4 - R. BAKISH Electron bean melting in US. . 4ème Coll. Intern. sur le soudage et la Fusion par Faisceau d'Electrons, Cannes, 1988.
- 5 - GH. SHIPPEREIT, AF. LEATHERMAN, D. EVERS. Cold crucible induction melting of reactive materials. J. of Metals, 13, 1961.
- 7 - AV. SHKUL'KOV. A way of designing cold crucible induction furnaces for melting of oxides. Sov. Electr. Eng., vol. 58, N° 4, 1987, pp 98-106.
- 8 - JF. WENCKUS, WP. MENASHI. Study to determine the feasibility of utilizing skull-melting techniques for the growth of single crystals of yttrium vanadate. Ceres Corp.
- 9 - J. WENCKUS, ML. COHEN, AG. EMSLIE, WP. MENASHI, PF. STRONG. Study , design and fabricate a cold crucible system. NTIS P 649.
- 10 - TM. TRUMBLE. Cold crucible Czochralski for solar cells. NASA Report 8305-72-042, 1982.
- 11 - TF. CISZEK. Some applications of cold crucible technology for silicon photovoltaic material preparation. J. Electroch. Soc., 1985.
- 12 - P. BRUNET, F. ESNAULT, G. MAYBON, R. PERRIER de la BATHIE. Process and apparatus for manufacturing refractory materials by induction melting. Ausz. Eur. Patentanmeld, Sep. 1987, 3 (39) 2156.
- 13 - P. BRUNET. Fusion en creuset froid et pulvérisation de carbure de tungtène. Thèse INP Grenoble 1987.
- 14 - CC. HERRICK, RG. BECKRENS. Growth of large uranite and thorianite single crystal from the melt using a cold crucible. J. of Crystal Growth, 1981.
- 15 - CC. HERRICK, RG. BEHRENS. Synthesis of refractory-oxide materials by skull-melting. 163rd Electrochem. Soc. Meeting, San Francisco, May 1983.
- 18 - PG. CLITES. The inductoslag melting process. Bulletin of US Bureau of Mines, 1982.

- 19 - PG. CLITES, RA. BEALL. Preparation of ingots and shaped casting by inductoslag melting. 5th Int. Symposium on Electroslag and Other Special Melting Technologies, 1974.
- 20 - D. DELAGE. Aspects électriques et thermiques de la fusion par induction en creuset froid. Thèse INP Grenoble 1982.
- 21 - JN. BARBIER, D. DELAGE, Y. FAUTRELLE. Modeling of magnetic field, pool profiles, temperature field in cold crucible induction melting. Proceeding of the 4th Int. Conf. on Mathematical Modeling, Zurich, 1983.
- 22 - AS. BALLANTYNE, RL. KENNEDY, A. MITCHELL. Computer simulation of cold crucible ingots. Fifth Inter. Symposium on Electroslag and others Special Melting Techniques, Carnegie-Mellon Inst. of Research, 1975, (1), pp 345-409.
- 23 - AP. GUBCHENKO. Investigation of electromagnetic and magnetohydrodynamic processes in an induction furnace with a sectional mould. Probl. Spets. Elektrometall. 1987, (1), pp 60-66.
- 24 - AP. GUBCHENKO, LI. KACHUR. Melting and bath homogenization in cold-crucible induction furnaces. Tsvent. Met., Mar 1978, (3), pp 67-69.
- 25 - A. NICOLAS. 3D eddy current solution by BIE techniques. IEEE Trans. Mag. Jan 88.
- 26 - A. GAGNOUD. Modélisation des installations de fusion en creuset froid pour l'élaboration en continu et la lévitation. Thèse INP Grenoble 1986.
- 27 - G. MEUNIER, D. SHEN, JL. COULOMB. Modélisation of 2D and axisymmetric magnetodynamic domain by the finite elements method. IEEE Trans. Mag. Jan. 88.
- 28 - P. BELFORTE, M. CHIAMPI, M. TARTALIA. A finite element computation procedure for electromagnetic fields under different supply conditions. IEEE Trans. Mag. Nov 85.
- 29 - PJ. LEONARD, D. RODGER. Finite element scheme for transient 3D eddy currents. IEEE Trans. Mag. Jan 88.
- 30 - P. MASSE. Analyse méthodologique de la modélisation numérique des équations de la physique des milieux continus à l'aide de la méthode des éléments finis. FLUX-EXPERT : un système d'aide à la construction de logiciels. Thèse d'Etat. Grenoble 1983.
- 31 - B. ANCELLE. Emploi de la méthode des équations intégrales de frontière et mise en oeuvre de la CAO dans le calcul des systèmes électromagnétiques. Thèse d'Etat. Grenoble 1979.
- 32 - A. NICOLAS. Application de la méthode des équations intégrales de frontière à la modélisation des phénomènes d'induction. Thèse d'Etat. Lyon 1983.
- 33 - G. TANNEAU. Surface eddy currents in "TRIFOU" when the skin depth is thin. IEEE Trans. Mag. Jan 88.

- 34 - **SJ. SALON, J. D'ANGELO.** Applications of the hybrid finite element - boundary element method in electromagnetics. IEEE Trans. Mag. Jan. 88.
- 35 - **SJ. SALON, JP. PENG.** Hybrid finite element-boundary element solutions to axisymmetric scalar potential problems. Computational Electromagnetics. Elsevier Science Publisher. B.V. (North Holland). IMACS 1986 ZJ. Cendes editor, pp 251-261.
- 36 - **D. DELAGE, R. ERNST.** Prédiction de la répartition du courant dans un inducteur à symétrie de révolution destiné au chauffage MF et HF. RGE, avril 84, N°4, pp 225-230.
- 37 - **E. DURAND.** Magnétostatique. ED. Masson et Cie 1968.
- 38 - **J. ETAY.** Le problème de frontières libres en magnétodynamique des liquides avec champs magnétiques alternatifs. Thèse d'Etat Grenoble 1988.
- 39 - **J. ETAY, A. GAGNOUD, M. GARNIER.** Le problème de surface libre en lévitation électromagnétique. J.M.T.A., vol 5, N°6, 1986, pp 911-934.
- 40 - **A. GAGNOUD, O. SERO-GUILLAUME.** Le creuset froid de lévitation : modélisation électromagnétique et applications. Bulletin DER-EDF, Série B, N°1.
- 41 - **Y. FAUTRELLE.** Deux aspects de la magnétohydrodynamique, la dynamo convective, le brassage dans les fours à induction. Thèse d'état. Grenoble 1982.
- 42 - **M. BADON-CLERC.** Etude de la structure dendritique basaltique des alliages aluminium-cuivre. Thèse USM Grenoble 1973.
- 43 - **H. ESAKA.** Dendritique growth and spacing in succinonitrile-acetone alloys. Thèse EP Lausanne 1986.

THESE de DOCTORAT de
l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE
GRENOBLE

Titre de l'ouvrage :

**CONCEPTION D'UNE INSTALLATION PILOTE
DE FUSION EN CREUSET FROID**

Nom de l'auteur : ISABELLE LECLERCQ

Etablissement : I.N.P.G.

RESUME

La fusion en creuset froid permet d'élaborer, dans des conditions de haute pureté des matériaux réactifs ou à haut point de fusion. Un modèle numérique de calcul électromagnétique est mis au point pour déterminer les grandeurs globales, résistances et inductances nécessaires à la conception d'installations de fusion en creuset froid. Il peut également déterminer les densités de courant induit et le champ magnétique, utiles pour les calculs de champ de vitesse et de température. La détermination de la surface libre est également étudiée.

Des lingots d'aluminium et de super-alliages base nickel ont été élaborés dans une installation à l'échelle pilote. Les problèmes rencontrés et les applications industrielles envisageables sont présentés.

MOTS-CLES

Fusion; Induction; Procédé d'élaboration; Creuset froid; Auto-creuset; Modélisation; Frontière libre; Aluminium; Super-alliages; Matériaux ultra-purs; Matériaux réactifs.